Du MEDAF avec risque systémique à la détermination des Institutions Financières d'Importance Systémique*

Jean-Charles Garibal[ϕ]
Patrick Kouontchou[δ]
Bertrand Maillet[γ]
Sessi Tokpavi[κ]

VERSION PRELEMINAIRE
Mars 2017

Nous nous proposons de tester dans cet article une extension du MEDAF, dans lequel nous ajoutons un facteur de risque systémique, mesuré par une agrégation des principales mesures de risques systémiques, comme proposée récemment par différents auteurs, dans le cadre d'une Analyse en Composantes Principales Parcimonieuse (ACPP). Il ressort de nos analyses empiriques menées sur le marché américain que le risque systémique est effectivement une composante importante de la rémunération sur certains titres. Nous proposons finalement une application originale servant à l'identification et au classement des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS).

FROM THE CAPM WITH SYSTEMIC RISK TO THE DESIGNATION OF THE SYSTEMICALLY IMPORTANT FINANCIAL INSTITUTIONS

We propose herein to test an extension of the traditional CAPM, in which is added a factor of systemic risk, build thanks to a Sparse Principal Component Analysis (SPCA) of a large set of systemic risk measures, as recently proposed by several authors. Empirical tests show that, on the American equities market, the new systemic risk factor is highly significant when pricing assets. At the end, we propose an original application in order to detect and rank Systemically Important Financial Institutions (SIFI).

Classification *JEL*: C45, C53, C58, G01, G11.

* Nous remercions ici Anne-Gaël Vaubourg, Catherine Lubochinsky, Joël Petey, Bertrand Tavin et Roger Stein pour leurs commentaires, leurs retours positifs et leurs encouragements, ainsi que les participants aux conférences de l'AFFI (Liège, 2016), FEBS (Malaga, 2016), GDRE (Clermont-Ferrand, 2016), IRMC (Jérusalem, 2016) et IRIAF (Niort, 2016). Les auteurs remercient aussi le *GRI in Financial Services* (www.globalriskinstitute.org) pour son soutien. Des ressources en lien avec cet article sont disponibles sur : www.systemic-risk-hub.org. L'avertissement habituel s'applique.

ϕ Univ. d'Orléans (LEO/CNRS) et Variances. *Courriel* : jean-charles.garibal@univ-orleans.fr.
δ ABN AMRO Investment Solutions et Univ. de Lorraine (CEREFIGE). *Courriel* : patrick.kouontchou@univ-lorraine.fr.
γ EMLyon Business School (CEFRA) et Variances. Correspondance : Pr. Bertrand Maillet, EMLyon Business School - Paris Campus, 15 boulevard Diderot, F-75012 Paris, France. *Courriel* : bmaillet@em-lyon.com.
κ ABN AMRO Investment Solutions et Univ. d'Orléans (LEO/CNRS). *Courriel* : sessi.tokpavi@univ-orleans.fr.

INTRODUCTION

La récente crise financière de 2008 s'est distinguée à la fois par la rapidité de l'effet de contagion financière et aussi par son impact très négatif sur le secteur réel - avec pour conséquence une contraction de l'activité économique dans bon nombre de pays développés. Une des problématiques majeures en économie financière à la suite de ces évènements turbulents a été, en premier lieu, de tenter de s'accorder sur une (ou des) définition(s) du risque systémique, multiforme par nature, en insistant sur telle ou telle caractéristique primordiale de celui-ci. Il s'agissait ainsi de mettre en avant les différents aspects de ce risque : taille de l'institution financière en état de choc, effet de levier et risque extrême de marché, pénurie de liquidité, phénomène d'interconnexions entre les acteurs et de contagion des chocs, ont ainsi été identifié comme les principaux éléments constitutifs d'une crise systémique. Il s'agissait aussi, en second lieu, de construire des outils pertinents d'analyse pour quantifier le risque systémique, et de nombreux auteurs ont ainsi proposé des mesures rendant compte tant de l'état général du système que de l'identification des principales institutions contribuant à ce risque global. La littérature académique a ainsi accompagné ce nouvel impératif en matière de supervision bancaire, en proposant un certain nombre de métriques ou mesures de risque systémique. Sont ainsi distinguées d'un côté les mesures individuelles qui évaluent le risque systémique des institutions prises isolément, et, de l'autre, celles qui ont pour objectif de mesurer le risque systémique global. Dans la première catégorie, sont rangées la *Conditional Value-at-Risk* (*CoVaR*) de Adrian et Brunnermeier [2016], la *Marginal Expected Shortfall* (*MES*) de Acharya *et al.* [2013] et Brownlees et Engle [2012], et la *SRISK* d'Acharya *et al.* [2012] et Brownlees et Engle [2012]. Dans le groupe des mesures globales, sont citées, entre autres, le *Spillover Index* (*SI*) de Diebold et Yilmaz [2009] et le *Dynamic Causality Index* (*DCI*) de Billio *et al.* [2012].[1]

Mais, si effectivement plusieurs mesures ont ainsi déjà été proposées pour quantifier le risque systémique des institutions financières, chacune insiste de fait sur tel ou tel aspect particulièrement évident du risque systémique. Deux approches peuvent être ici

[1] L'Annexe A.1 est dédiée à la définition des mesures de risque systémique utilisées dans cet article. Pour une revue complète de littérature sur les mesures de risque systémique, voir par exemple Bisias *et al.* [2012] et De Bandt *et al.* [2015].

distinguées. L'une est fondée sur l'information publique, qui a le mérite d'être relativement transparente et qui permet d'obtenir des mesures disponibles quasiment en temps réel. L'autre approche, plus complète, repose aussi sur des informations privées complémentaires (comptables et/ou réglementaires). La première approche a concentré l'essentiel des efforts de recherche et plusieurs voix s'élèvent aujourd'hui pour pointer les limites et les incertitudes de ce type de mesures. Rien de plus dangereux en effet que de construire une régulation sur un ensemble de critères peu fiables menant à une *pseudo*-sécurité du système financier, qui serait *de facto* mise à mal dès que le risque se matérialiserait effectivement. Rien de plus injuste aussi qu'un système qui reposerait sur de mauvais critères : les acteurs sanctionnés paieraient pour d'autres.

De plus, demeurent actuellement de bien nombreuses questions quant à ces mesures, leur pertinence, et l'utilisation de celles-ci dans un cadre de régulation prudentielle. En effet, quelles mesures font-elles vraiment sens ? Quel critère nous permet de justifier leur pertinence ? Comment limiter le risque de modèle inhérent à leur mesure empirique ? *Quid* des sociétés non-cotées, ou plus généralement encore des sociétés non-financières ? Les mesures ne doivent-elles pas être différenciées selon les secteurs (banques, assurances, *hedge funds*...) et les particularités nationales des sociétés financières ? Comment aussi limiter l'aléa moral, et les subventions implicites au secteur financier en général et aux banques les plus systémiques en particulier, qui résultent d'une garantie automatique apportée aux sociétés les plus risquées ? Comment identifier les sociétés les plus systémiques et la méthodologie employée pour les désigner doit-elle être transparente ? C'est dans ce contexte d'interrogations que nous proposons dans cet article une méthodologie claire et transparente qui permettrait d'identifier les Sociétés Financières d'Importance Systémique (IFIS, adapté de l'anglais *Systemically Important Financial Institutions - SIFI*).

Sur un plan technique, une première limite des mesures proposées jusqu'à présent, mise en avant par certains auteurs récemment (Benoit *et al.* [2016] ; Boucher *et al.* [2016] ; Kouontchou *et al.* [2017]), repose sur le fait que plusieurs de celles-ci s'avèrent au final très similaires à de simples reformulations d'une mesure de risque micro-prudentielle bien connue : la *Value-at-Risk* (*VaR*). Or la dernière crise a mis en évidence la fragilité des estimations de la *VaR*, qui souffrent de risques d'estimation et de spécification importants (Boucher *et al.* [2014]). Cependant, plusieurs propositions pour

réduire le risque de modèle viennent d'être avancées, notamment en utilisant des techniques de réduction de l'information (Nucera *et al.* [2013] ; Giglio *et al.* [2016] ; Kouontchou *et al.* [2017]) et nous explorons ces pistes dans la suite de cet article.

La deuxième limite de ces mesures est liée à leur validation empirique. Plusieurs classements d'IFIS coexistent en effet, sans qu'il n'existe de véritable critère statistique ou économique permettant de privilégier l'un ou l'autre de ces classements à l'aune d'un critère objectif unanimement admis. Certains résultats tendent déjà par ailleurs à montrer que les principales mesures de risque systémique proposées sont relativement peu fiables (Kupiec et Guntay [2015]). Outre leur fragilité statistique, de nombreuses firmes non-bancaires sont signalées comme systémiques par ces mesures et les résultats apparaissent sensibles à la mesure retenue. Toutefois, plusieurs initiatives ont émergé récemment, visant à proposer des critères de validation économique (Giglio *et al.*, [2016] ; Kouontchou *et al.*, [2017]). C'est aussi dans ce courant de littérature que notre article s'inscrit.

Ainsi, s'agissant en particulier de la robustesse des analyses de risques systémiques proposées dans la littérature, des travaux récents ont montré que la définition d'une « bonne » mesure du risque systémique restait toujours en suspens, 1) de par les redondances empiriques constatées des différentes mesures de risques, 2) du fait du risque de modèle lié à leurs estimations et 3) de l'absence d'un critère objectif permettant de nous renseigner sur la pertinence des différentes approches. De récents articles se sont focalisés sur le risque de modèle inhérent à l'implémentation de ces différentes métriques. Daníelsson *et al.* [2015] et Benoit *et al.* [2016] montrent qu'une grande majorité des mesures individuelles de risque systémique dépend de quantiles extrêmes, et de ce fait qu'elles héritent du risque de modèle propre à ces derniers. Le risque de modèle semble aussi être largement sous-estimé dans la pratique (Boucher *et al.* [2014], [2016]), et il apparaît hétérogène selon les différentes mesures, conduisant à des divergences significatives dans les classements des institutions systémiques (Benoit *et al.* [2016] ; Nucera *et al.* [2016]). En conséquence, les mesures du risque systémique global construites comme une somme pondérée des données en coupes instantanées de mesures individuelles sont elles aussi sujettes au risque de modèle (*Cf.* Moreno et Peña [2013]).

Une solution récemment apparue dans la littérature sur le risque systémique pour pallier le risque de modèle consiste à construire des indices agrégés à partir des différentes

métriques de risque systémique existantes. L'objectif est d'obtenir un indice de risque qui diversifie le risque de modèle. Dans le cadre de la quantification du risque systémique global, cette approche est notamment retenue par Giglio *et al.* [2016], qui identifient un indice agrégé à une date donnée comme le signal commun extrait des données en coupes instantanées de diverses métriques de risque systémique *via* une Analyse en Composantes Principales (ACP). De leurs investigations empiriques, il ressort que cet indice permet de prévoir les périodes de fort ralentissement de l'activité économique – qui est au final le critère économique qui devrait être le plus important. En ce qui concerne les mesures individuelles, Nucera *et al.* [2016] adoptent une approche similaire et ils infèrent un classement « robuste » à partir des classements bruités et divergents issus des mesures concurrentes. Au-delà de la diversification du risque de modèle, il convient de souligner que l'agrégation permet également de synthétiser les différentes dimensions du risque systémique (taille, effet de levier, interconnexions, liquidité *etc.*). Kouontchou *et al.* [2017] poursuivent ces travaux et ils introduisent un indice agrégé du niveau global de risque systémique, fondée sur une représentation plus parcimonieuse et plus stable des composantes principales du risque systémique, en utilisant une Analyse en Composantes Principales Parcimonieuse (ACPP, de l'anglais *Sparse Principal Component Analysis*). Nous nous proposons dans la suite, à la suite de Giglio *et al.* (2016) et Kouontchou *et al.* (2017), de complémenter leurs études initiales, pour aboutir à la construction de l'indice de risque systémique global.

Une fois le niveau global du risque systémique établit, l'objectif du présent article est ensuite de proposer un cadre théorique simple pour illustrer plusieurs canaux par lesquels le risque systémique pourrait affecter les prix des actifs. Ce modèle est une première étape utile dans la compréhension de la façon dont un certain nombre de constatations empiriques récentes pourraient s'expliquer. En effet, le risque systémique semble intuitivement jouer un rôle dans l'évaluation des prix des actifs, bien que ce rôle soit difficilement identifié du fait de l'existence supposée d'une relation probablement non-linéaire qui lie le risque systémique aux prix des actifs. Il est ainsi souvent noté que les turbulences de marché, passées un certain seuil, s'accompagnent la plupart du temps de pertes significatives sur les marchés financiers. Le rôle des interconnexions entre les institutions a ainsi été mis en évidence depuis la crise de 2008-2009. Nous essayons dans la suite de montrer comment le risque systémique modifie la relation d'équilibre du

Modèle d'Evaluation Des Actifs Financiers (MEDAF, de l'anglais *Capital Asset Pricing Model* ; *Cf.* Sharpe [1964]), et l'estimation des primes de risque liées à chaque facteur. Nous verrons ainsi, dans le cadre de ce modèle d'évaluation, qu'un portefeuille avec un risque systématique élevé pourrait en fait contenir un risque systémique non négligeable. Enfin, nous envisagerons d'utiliser les résultats de l'estimation de modèle d'évaluation étendu au risque systémique, pour évaluer la sensibilité (et la dangerosité pour le système global) des différentes institutions financières. Plus précisément, notre méthodologie procède en trois étapes comme expliqué dans la suite.

Dans la première étape, nous retenons l'Analyse en Composantes Principales dite Parcimonieuse (ACPP) comme outil de construction d'un indice agrégé. Cette méthode de réduction de dimension a la particularité de sélectionner un certain nombre de composantes actives dans l'indice global agrégé. Dans le cas présent, elle a l'avantage d'écarter, lors la construction de l'indice agrégé de risque, les mesures qui n'apportent que peu à l'explication globale de l'hétérogénéité des données. L'ACPP a aussi l'avantage de permettre l'endogénisation du paramètre du nombre de mesures à retenir dans la construction d'un indice global représentatif. La valeur optimale de ce paramètre est ici obtenue en retenant l'indice agrégé dont les variations extrêmes causent le plus, au sens de Granger, les variations extrêmes de l'activité économique. L'inférence est réalisée en utilisant le test non paramétrique de causalité dans les risques extrêmes de Hong *et al.* [2009]. Cette approche nous permet de tester un nombre important de décalages temporels dans la relation causale, en escomptant la contribution des décalages les plus élevés. Nous poursuivons ainsi dans cette partie les travaux de Kouontchou *et al.* [2017], en élargissant encore le panel de mesures suivies, en étendant la période d'étude (jusqu'en février 2016), et en complétant leurs analyses par une étude des liens prospectifs entre risque systémique et économie réelle, et puis entre risque systémique et performance des marchés financiers, ainsi qu'en étudiant, enfin, les évolutions saillantes des principaux facteurs de risque systémique.

La deuxième étape de notre démarche concerne l'évaluation des actifs financiers. Il s'agit alors de savoir si le risque systémique, relatif dans une certaine mesure à chacun des titres, ne donne pas lieu à l'existence d'une prime de risque systémique, qui aurait été oubliée dans le cadre de la valorisation traditionnelle des actions. Le MEDAF en effet repose sur la définition de deux paramètres (*Cf.* Sharpe [1964], Lintner [1965] et Mossin

[1966]), et il est considéré comme le modèle de référence pour l'évaluation des actifs financiers et des primes liées aux facteurs de risque. Cependant, l'expérience récente des crises financières a mis en exergue le risque que le système financier dans son ensemble ne s'effondre. Intuitivement, il nous semble que l'existence de chocs systémiques potentiels, particulièrement marqués pour les institutions financières lors de la dernière crise, devrait avoir un impact sur les prix des actifs financiers et devrait permettre de différencier les titres. Autrement dit, détenir en portefeuille des titres d'institutions particulièrement systémiques (les IFIS) devraient conduire à la révélation d'une prime spécifique liée au risque systémique. Il nous semble ainsi désormais important d'envisager l'étude de l'impact du risque systémique en termes de valorisation des actifs financiers. Il ressort de nos analyses empiriques menées sur le marché américain que le risque systémique est effectivement une composante importante de la rémunération liée à certains titres.

La troisième et dernière étape de notre démarche concerne, enfin, la détection des IFIS. L'intuition est ici que, en utilisant le modèle d'évaluation proposé à la précédente étape, il devrait être aisé d'isoler et de classer les institutions qui participent le plus au risque du système, en fonction de leur sensibilité (leur contribution) au risque global enregistré. En identifiant ces institutions financières, et en les mettant éventuellement « sous-surveillance », les autorités de régulation pourraient ainsi, de manière transparente, mettre l'accent sur les faiblesses constatées du système et sur ses failles éventuelles (en s'attaquant systématiquement, et prioritairement, à la surveillance des plus systémiques des institutions).

La suite de cet article est organisée comme suit. Dans une première partie, nous présentons la méthode de construction de l'indice de risque systémique avec une illustration sur le marché américain. Après l'obtention d'un tel indice, nous présentons dans la deuxième partie le MEDAF et sa principale extension (celle de Fama et French [1992 ; 1993]), puis nous proposons le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (MEDAFS), et nous rapportons nos principaux résultats empiriques d'estimation obtenus sur le marché américain. La troisième partie propose, enfin, une application originale du MEDAFS dans le cadre de la détection et du classement des institutions financières à caractère systémique (IFIS). La dernière partie conclut.

DE L'INDICE DE RISQUE SYSTEMIQUE

Pour intégrer le risque systémique comme facteur supplémentaire au même titre que le risque spécifique ou le risque systématique, il est nécessaire d'utiliser une mesure précise de ce risque. Ces dernières années, s'est fortement développée une littérature sur l'identification des IFIS par des mesures quantitatives qui visent à caractériser le lien conditionnel entre les différentes institutions financières et le marché dans son ensemble. Toutefois, compte tenu des nombreuses dimensions du risque systémique, ces mesures individuelles ne permettent pas de détecter, complètement et de manière systématique, les institutions potentiellement systémiques.

Ainsi, l'utilisation de l'analyse factorielle comme outil d'agrégation de l'information issue de chaque mesure de risque systémique est une approche nouvelle. Moreno et Peña [2013] utilisent une ACP sur un ensemble de mesures individuelles de risque d'entreprises, pour obtenir un indice de risque systémique. Giglio *et al.* [2016] reprennent parallèlement cette démarche pour construire un indice de risque systémique et tester son pouvoir prédictif des futurs chocs sur les variables macroéconomiques en utilisant une régression par quantile. Nucera *et al.* [2016] utilisent, eux aussi, une ACP, portant sur un ensemble de six mesures de risque systémique. Néanmoins, leur étude diffère de celle de Giglio *et al.* [2016] puisqu'ils appliquent l'ACP sur les classements de 113 entreprises du secteur financier à travers un ensemble de mesures de risque systémique et non sur un ensemble d'entreprises sur une période de temps donnée comme le font Giglio *et al.* [2016] dans leur étude effectuée à partir d'un ensemble de 19 mesures du risque systémique (au total). Kouontchou *et al.* [2017] poursuivent les travaux de Giglio *et al.* [2016] en utilisant une 'ACPP, sur la base de données utilisée par Diebold et Yilmaz [2009]. Nous reprenons, résumons et étendons dans la suite les travaux de Kouontchou *et al.* [2017], notamment en élargissant le nombre de mesures du risque systémique utilisées par Diebold et Yilmaz [2009], et en utilisant une extension actualisée de la base de données des institutions financières américaines étudiées par Brownlees et Engle [2012].

MESURES SPECIFIQUES DU RISQUE SYSTEMIQUE

La littérature financière a ainsi proposé de nombreuses mesures quantitatives qui peuvent être utilisées pour l'identification des institutions potentiellement systémiques. Nous pouvons regrouper en plusieurs types.[2]

Tout d'abord, des mesures de risque systémique global sont définies à partir de modèles économétriques de risque spécifiques à chacune institution. Il s'agit de la *Conditional Value-at-Risk* (*CoVaR*) et la *Delta Conditional Value-at-Risk* (*ΔCoVaR*) proposées par Adrian et Brunnermeier [2016], et de la *Marginal Expected Shortfall* (*MES*) de Acharya *et al.* [2013] et Brownlees et Engle [2012], et la *SRISK* d'Acharya *et al.* [2012] et Brownlees et Engle [2012], et de la mesure d'illiquidité proposée par Amihud [2002].

Ensuite, d'autres mesures se focalisent spécifiquement sur un aspect important du risque systémique, à savoir le niveau d'interconnexion des institutions financières ou de concentration du système financier. Dans cette catégorie, nous sélectionnons le *Spillover Index* de Diebold et Yilmaz [2009], le *Dynamic Causality Index* (*DCI*) de Billio *et al.* [2012], la mesure de Turbulence de Kritzman et Li [2010], l'*Absorption Ratio* de Kritzman *et al.* [2011], et l'indice de concentration de Herfindahl-Hirschman.

Enfin, certaines variables macro-financières sont généralement utilisées comme des indicateurs avancés de l'activité économique (*Cf.* Estrella et Trubin [2006] ; Chen *et al.* [2009]). Nous en retenons ici respectivement : le *Credit Default Yield Spread* qui mesure l'écart entre le rendement des obligations *corporate* notées BAA et celle notées AAA par Moody's ; Chen *et al.* [2009] montrent que cette variable est une mesure agrégée du risque de crédit robuste aux frictions (taxe et liquidité) sur le marché des obligations ; le *TED Spread* qui mesure l'écart entre le taux *LIBOR* à trois mois et les taux d'intérêts souverains à trois mois : une augmentation de cette variable est le signe que les prêteurs anticipent une augmentation du risque de crédit sur le marché des prêts interbancaires ; et enfin le *Term Spread* qui mesure la pente de la courbe des taux, et qui correspond à l'écart de rendement entre les bons du Trésor à dix ans et trois mois de maturité. Cette variable

[2] Voir l'annexe A.1 pour l'expression détaillée de chacune des mesures.

sert d'indicateur avancé de l'activité économique (Estrella et Trubin [2006]). Nous prenons en compte également la volatilité agrégée (*Vol*) et la *Value-at-Risk (VaR)* agrégée sur l'ensemble du système, pour prendre en compte l'évolution de la variabilité de ce dernier.

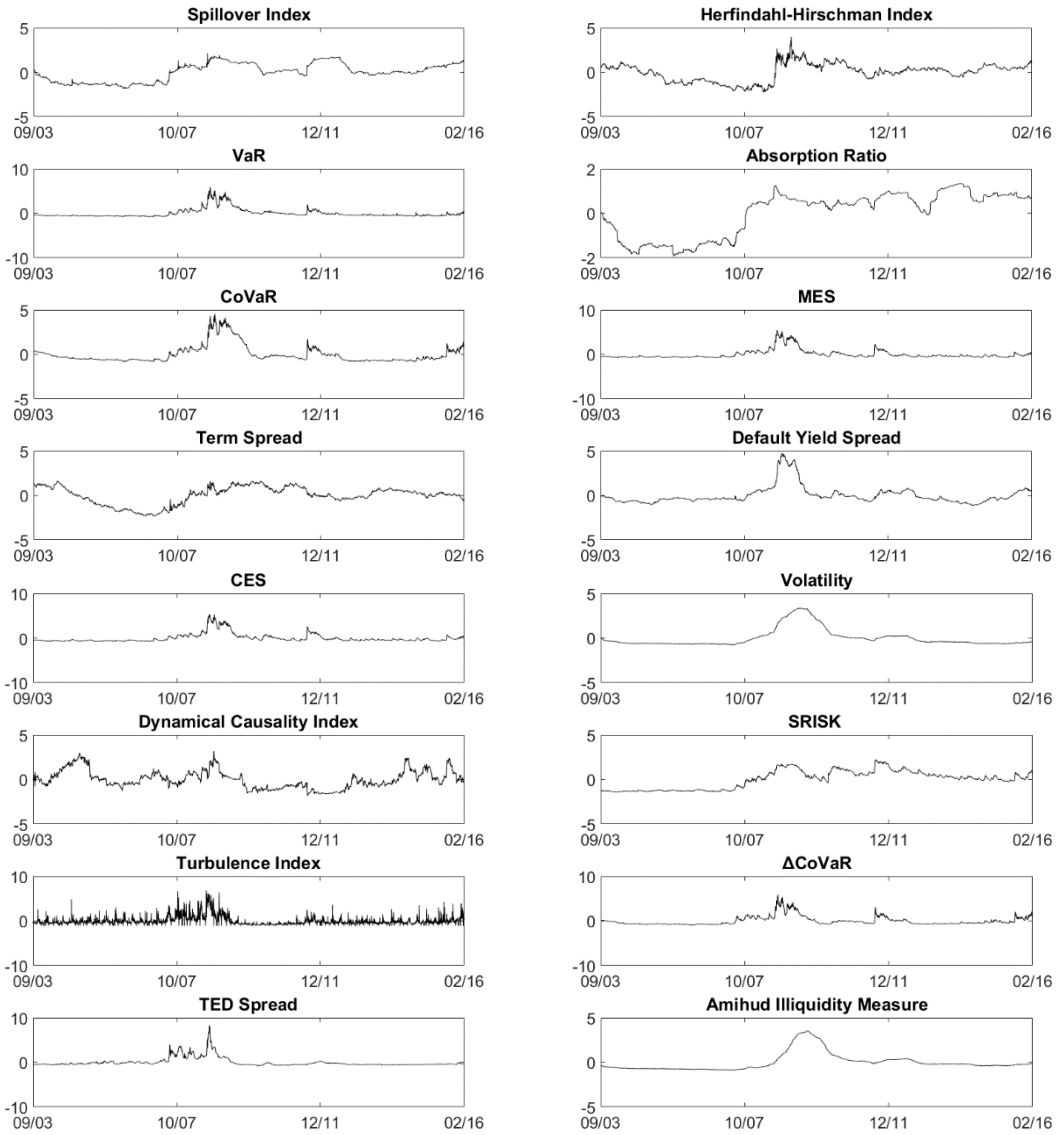
En comparaison avec les travaux de Giglio et *al.* [2016], Nucera et *al.* [2016] et Kouontchou *et al.* [2017], qui utilisent respectivement 19, 6 et 12 mesures du risque systémique, 16 mesures de risque systémique sont utilisées dans cet article.

Nous considérons ainsi 4 des 6 mesures utilisées par Nucera *et al.* [2016] : sont laissés de côté le *Leverage ratio* (*LVG*, défini dans Engle *et al.* [2014] comme étant la somme de la valeur de marché des capitaux propres augmenté des dettes et divisé par la valeur de marché des capitaux propres), et le *Dollar Systematic Risk* qui correspond au produit du *bêta* de la firme et de sa capitalisation boursière, car leurs caractéristiques sont déjà prises en compte dans les mesures *SRISK*, *MES*, *CES* et *CoVaR*. Par rapport à Giglio *et al.* [2016], qui utilisent 19 mesures au total (dont neuf originelles en comptant la volatilité agrégée et quatre variations de ces mesures, ainsi que quatre variables macro-économiques et deux ratios de levier financier), nous laissons uniquement de côté : le *Gilchrist-Zakrajsek spread* (*GZ*) de Gilchrist et Zakrajsek [2012], la mesure *CatFin* de Allen *et al.* [2012], et les agrégats *Book Leverage* et *Market Leverage*, car le comportement de ces mesures est proche de celles des variables, respectivement : *Default Spread*, *VaR* et *SRISK*. Ainsi aussi, nous complétons l'analyse de Kouontchou *et al.* [2017], établis sur un ensemble de 12 mesures de risque systémique, en prenant en considération en sus dans notre analyse : la *SRISK* de Brownlees et Engle [2012], la *Value-at-Risk* (*VaR*) agrégée, la volatilité agrégée et la *Component Expected Shortfall* (*CES*) de Banulescu et Dumitrescu [2015].

Dans la suite, nous commençons par illustrer la dynamique de nos différents indicateurs de risque systémique sur le graphique 1 suivant à partir des données journalières des institutions financières du marché américain sur la période allant du 02/09/2003 au 22/02/2016. Nous constatons sur ce graphique une augmentation sensible de l'ensemble des mesures de risque systémique global sur la période 2007-2008, qui correspond à la période de la crise financière. De même, bien qu'une tendance commune semble émerger de la dynamique des séries, il existe tout de même quelques disparités

entre ces mesures. Ces différences peuvent provenir du fait que le risque systémique est multidimensionnel, chacune des différentes métriques modélisant une dimension spécifique.

Graphique 1 : Dynamique des seize mesures de risque systémique global



Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Ces mesures, en dehors des variables macro-financières, sont estimées sur des fenêtres glissantes annuelles. Les séries brutes sont ici centrées sur leurs moyennes respectives et standardisées par leurs écart-types. Ces 16 mesures correspondent dans l'ordre à : M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, M_3 : *VaR*, M_4 : *Absorption Ratio*, M_5 : *CoVaR*, M_6 : *MES*, M_7 : *Term Spread*, M_8 : *Default Yield Spread*, M_9 : *CES*, M_{10} : *Volatility*, M_{11} : *Dynamical Causality Index*, M_{12} : *SRISK*, M_{13} : *Turbulence Index*, M_{14} : Δ*CoVaR*, M_{15} : *TED Spread* et M_{16} : *Amihud Illiquidity Measure*.

En effet, à partir de la matrice de leurs corrélations présentée dans le Tableau 1 ci-dessous, nous pouvons noter que toutes les corrélations sont statistiquement significatives au seuil de risque nominal de 5%, à l'exception de la corrélation entre la mesure d'illiquidité et le *TED Spread* et entre le *Dynamical Causality Index* et le *Herfindalh-Hirschman Index* et entre le *Dynamical Causality Index* et le *TED Spread* pour les corrélations de Pearson. La corrélation entre le *TED Spread*, la *SRISK* agrégée et la volatilité agrégée apparaissent également non significatives, ainsi que celles existantes entre le *Turbulence Index* et la *SRISK* agrégée et entre le *Dynamical Causality Index* avec le *Herfindahl-Hirschman Index* et la *ΔCoVaR* agrégée. Les corrélations les plus fortes (supérieures à 0.90) sont celles relatives aux mesures de risque systémique global correspondantes à des moyennes de données en coupes instantanées de mesures individuelles (*CoVaR, ΔCoVaR, MES, VaR*). Il est donc nécessaire de proposer un indicateur qui intègre toutes les dimensions du risque (modèle agrégé).

Tableau 1 : Corrélation de Pearson et de Spearman entre les mesures de risque systémique

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}	M_{12}	M_{13}	M_{14}	M_{15}	M_{16}
M_1	**1,00**	0,43	0,59	**0,84**	0,60	0,57	0,45	0,61	0,58	0,61	-0,23	**0,84**	0,23	0,66	0,26	0,61
M_2	0,40	**1,00**	0,38	0,41	0,43	0,35	0,68	0,39	0,33	0,51	0,03	0,47	-0,11	0,35	-0,19	0,60
M_3	0,79	0,36	**1,00**	0,37	**0,94**	**0,97**	0,31	**0,87**	**0,97**	0,79	0,11	0,59	0,52	**0,93**	0,67	0,57
M_4	0,72	0,30	0,48	**1,00**	0,31	0,36	0,54	0,34	0,37	0,37	-0,24	**0,83**	0,09	0,42	0,06	0,45
M_5	0,67	0,35	0,77	0,23	**1,00**	**0,92**	0,33	**0,89**	**0,91**	**0,82**	0,17	0,50	0,45	**0,94**	0,57	0,62
M_6	0,72	0,26	**0,91**	0,49	0,71	**1,00**	0,24	**0,88**	1,00	0,72	0,13	0,60	0,52	**0,94**	0,69	0,49
M_7	0,32	0,63	0,44	0,33	0,38	0,26	**1,00**	0,18	0,24	0,47	-0,01	0,44	-0,09	0,25	-0,11	0,54
M_8	0,71	0,29	0,70	0,32	0,68	0,66	0,08	**1,00**	**0,87**	0,74	0,09	0,56	0,40	**0,85**	0,55	0,52
M_9	0,73	0,25	**0,89**	0,49	0,71	**0,99**	0,25	0,66	**1,00**	0,70	0,13	0,61	0,53	**0,94**	0,69	0,48
M_{10}	0,76	0,47	**0,89**	0,48	0,67	0,74	0,61	0,65	0,72	**1,00**	-0,07	0,53	0,16	0,64	0,28	**0,93**
M_{11}	-0,21	0,02	-0,23	-0,17	0,01	-0,13	-0,05	-0,21	-0,11	-0,32	**1,00**	-0,31	0,20	0,14	0,21	-0,22
M_{12}	0,75	0,38	0,76	0,67	0,40	0,74	0,28	0,61	0,74	0,74	-0,36	**1,00**	0,15	0,59	0,16	0,56
M_{13}	0,14	-0,24	0,16	0,05	0,22	0,23	-0,28	0,17	0,22	-0,05	0,25	0,02	**1,00**	0,56	0,65	-0,05
M_{14}	**0,81**	0,33	**0,82**	0,55	**0,85**	**0,81**	0,34	0,67	**0,82**	0,67	-0,02	0,62	0,27	**1,00**	0,68	0,43
M_{15}	0,08	-0,39	0,15	-0,19	0,34	0,26	-0,49	0,41	0,26	-0,03	0,17	-0,01	0,48	0,25	**1,00**	0,00
M_{16}	0,76	0,64	0,75	0,64	0,46	0,61	0,63	0,54	0,60	**0,88**	-0,39	**0,84**	-0,20	0,54	-0,29	**1,00**

Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Sont présentés sur le bloc haut (droit) du tableau les coefficients de corrélation de Pearson des différentes mesures prises deux par deux, tandis que dans le bloc bas (gauche) du tableau, ce sont les coefficients de corrélation de rang de Spearman qui sont reproduits. Les 16 mesures de risque systémique sont représentées par M_1 à M_{16} et correspondent dans l'ordre à : M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, M_3 : *VaR*, M_4 : *Absorption Ratio*, M_5 : *CoVaR*, M_6 : *MES*, M_7 : *Term Spread*, M_8 : *Default Yield Spread*, M_9 : *CES*, M_{10} : *Volatility*, M_{11} : *Dynamical Causality Index*, M_{12} : *SRISK*, M_{13} : *Turbulence Index*, M_{14} : *ΔCoVaR*, M_{15} : *TED Spread* et M_{16} : *Amihud Illiquidity Measure*. Les corrélations significatives au seuil nominal de 5% sont en noir (et les autres en gris). Les corrélations au-dessus de 0,80 sont en gras.

Ce dernier résultat est confirmé par l'analyse des corrélations conditionnelles entre les différentes mesures de risque. En effet, les corrélations au-dessus du quantile $\alpha = 80\%$ (pics simultanés deux à deux des mesures de risque systémique) tendent vers 1 et sont significatives à 1%.

Dans la prochaine sous-section, nous présentons plus précisément la construction de l'indice agrégé, basé sur l'ensemble des mesures de risque systémique que nous venons de présenter.

DE L'INDICE AGREGE DE RISQUE SYSTEMIQUE

Nous présentons dans cette section la méthodologie retenue pour la construction de l'indice agrégé de risque systémique global (*Cf.* Kouontchou *et al.* [2017]). Dans un premier temps, nous utilisons une ACPP pour la réduction de dimension et présentons le choix optimal de l'indice de risque systémique à travers le test de causalité dans les risques extrêmes de Hong *et al.* [2009], permettant finalement la sélection de l'indice le plus optimal (parmi l'ensemble des indices possibles). Puis, dans un second temps, nous nous proposons d'étendre la méthode de sélection de l'indice optimal afin de corroborer les résultats obtenus avec ceux de Kouontchou *et al.* [2017].

LA METHODE ACPP

L'ACP est une décomposition d'un ensemble de données sur la base de fonctions orthogonales qui sont déterminées à partir des données. Ces fonctions, qui sont des combinaisons linéaires des variables d'origine, visent à reproduire dans une grande mesure la variabilité existante dans les données, et elles correspondent aux axes (ou composantes principales) les plus importants. Du point de vue statistique, si nous considérons une matrice M de dimension (T, p) des données initiales, la première composante principale (premier axe), notée x, est un vecteur de dimension p solution du programme suivant :

$$\max_{x \in \mathbb{R}^p} \{x'Ax\} \quad s.c. \|x\|_2 = 1, \tag{1}$$

où $A = T^{-1}M'M$ désigne la matrice de variance-covariance de M de dimension (p, p), M' la matrice transposée de M, T la taille de l'échantillon, et $\|x\|_2$ désigne la norme deux du vecteur x. La première composante est donc obtenue en maximisant la variance empirique des données projetées sous une contrainte d'identification liée à la norme. La projection des données sur cette composante permet en effet d'obtenir un facteur, noté ici F, de dimension (T, p), avec $F = Mx$, dont la variance appelée valeur propre, égale à $\lambda = T^{-1}F'F$ est le critère d'optimisation du programme (1). Dans les travaux portant sur la construction d'indices agrégés de risque systémique, l'indice est généralement associé au facteur F (Moreno et Peña [2013] ; Giglio *et al.* [2016]).

Le programme d'optimisation précédent qui permet d'obtenir la première composante ainsi que le facteur dominant, a une représentation équivalente en termes de régression linéaire (Zou *et al.* [2006]). En effet, il est démontré que dans la régression linéaire,

$$F = M\beta + U, \tag{2}$$

où la variable dépendante F (respectivement les variables explicatives M) correspond au facteur dominant de l'ACP (respectivement la matrice des données initiales), la valeur normalisée de l'estimateur des moindres carrés ordinaires du vecteur de paramètres β est égale à la première composante, soit :

$$x = \frac{\hat{\beta}}{\|\hat{\beta}\|_2}, \tag{3}$$

avec $\|.\|_2$ la norme 2.

Zou *et al.* [2006] proposent de modifier la régression linéaire représentée par l'équation (2) dans le but d'obtenir une composante principale dite parcimonieuse (« *Sparse* ») à partir de l'expression (3). En effet, si on note x^s cette composante, celle-ci est égale à :

$$x^s = \frac{\hat{\beta}^s}{\|\hat{\beta}^s\|_2}, \tag{4}$$

où $\hat{\beta}^s$ est la solution de la régression contrainte (ou pénalisée) suivante :

$$F = M\beta^s + U \tag{5}$$

$$s.c.P(\beta^s) \equiv \|\beta^s\|_1 = \sum_{j=1}^{p} |\beta_j^s| \leq \delta.$$

Dans la contrainte $P(\beta^s)$, le paramètre $\delta \geq 0$ définit la borne supérieure de la norme 1 du vecteur de paramètres β^s. La régression (5) introduite par Tibshirani [1996] est connue sous le nom de « *LASSO* » (pour *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* en anglais), et elle a pour but principal de procéder à la sélection de variables. Le comportement limite de cette régression peut se résumer comme suit. Lorsque δ tend vers zéro, le nombre d'éléments actifs (différents de zéro) dans $\hat{\beta}^s$, et donc dans la composante parcimonieuse x^s, tend également vers zéro - le cas limite dégénéré étant celui où pour $\delta = 0$, $\hat{\beta}^s$ et x^s correspondent respectivement au vecteur nul ; dans le schéma opposé où δ tend vers l'infini, la régression (5) correspond à la régression non contrainte (2), et x^s est exactement égal à x, soit la composante principale d'une ACP classique - le nombre d'éléments actifs prend alors sa valeur maximale p.

Cette méthode, utilisée dans notre problématique, a l'avantage de fournir une composante principale x^s qui résume la variabilité présente dans les données d'indicateurs de risque systémique, par un nombre réduit d'entre eux. Au-delà de la parcimonie qu'apporte l'ACPP, il convient de mentionner que la sélection de variables est faite en utilisant l'arbitrage usuel entre biais et variance. En effet, sous la condition usuelle d'exogénéité du terme d'erreur U dans la régression (2), l'estimateur du vecteur de paramètres β est sans biais. La contrainte supplémentaire portant sur la norme 1 dans la régression (5) faisant référence à la méthode dite « *LASSO* », contribue à faire diminuer la variance de l'estimateur en introduisant un biais.[3] En conséquence, le facteur principal issu d'une ACPP a une dynamique temporelle plus stable. Comme souligné plus haut, cette propriété est désirable, car la mise en œuvre de politiques de régulation des institutions financières ne devrait pas être basée sur des métriques bruitées et erratiques du risque systémique global. Notons enfin que le facteur dominant de l'ACPP est obtenu en projetant la matrice des données M, ici les mesures de risque systémique, sur la matrice de poids contraints notée x^s, afin d'obtenir la composante principale F^s telle que : $F^s = Mx^s$.

[3] On retrouve le même type d'arbitrage entre biais et variance dans la régression dite « *RIDGE* ». L'arbitrage porte néanmoins sur la norme 2 (racine carrée de la somme des carrés des coefficients de la régression) et non la norme 1 (somme des valeurs absolues des coefficients) de la régression « *LASSO* ».

Le Tableau 2 suivant présente la composante principale dominante extraite de la méthodologie utilisant une ACPP avec les valeurs de la statistique de test de Hong *et al.* [2009] pour différentes valeurs du paramètre δ. Ainsi pour $\delta = 1{,}000$ correspondant à la contrainte la plus forte sur la norme 1 dans la régression (5), le nombre de mesures de risque systémique global actif dans la composante dominante est égal à $k = 1$, et elle correspond à la mesure M_1, à savoir le *Spillover index* de Diebold et Yilmaz [2009]. Lorsque δ augmente, la contrainte sur la norme 1 est moins contraignante, et des mesures additionnelles de risque systémique entrent dans la composante dominante. Pour illustration, lorsque $\delta = 1{,}711$, quatre mesures sont actives dans l'indice, à savoir l'indice de concentration de *Herfindahl-Hirschman*, le *Spillover index* de Diebold et Yilmaz [2009], l'*Absorption Ratio* de Kritzman *et al.* [2011] et la *Value-at-Risk* (*VaR*) agrégée. Pour la valeur la plus élevée de δ, toutes les mesures sont actives dans la composante dominante, et cette dernière correspond à la première composante issue d'une ACP classique. Notons que la dernière mesure de risque systémique à être active dans une des composantes est la mesure d'illiquidité d'Amihud [2002]. Ce résultat n'est pas surprenant, dans la mesure où elle est très similaire à la volatilité agrégée. En effet, l'un des avantages de l'ACP est de pouvoir extraire l'information adéquate tout en retirant celle qui est redondante.

Usuellement (*Cf.* Hastie *et al.* [2015]), l'indice optimal sera jugé au sens d'un critère d'information classique. En lien avec les travaux de Giglio *et al.* [2016], Kouontchou *et al.* [2017] proposent plutôt d'utiliser le test non paramétrique de causalité dans les risques extrêmes de Hong *et al.* [2009] pour juger du meilleur des modèles (*Cf.* Kouontchou *et al.* [2017]). Ce critère permet de sélectionner l'indice qui aurait la statistique de Hong *et al.* [2009] la plus élevée. Autrement dit, il s'agit ici de choisir l'indice dont les variations extrêmes positives permettent d'expliquer au mieux les variations extrêmes négatives de l'activité économique.

Les résultats du test de causalité à la Hong *et al*. [2009] pour les différents indices concurrents (notés de Id_1 à Id_{16}) sont résumés dans les deux dernières lignes du Tableau 2, pour deux valeurs[4] du paramètre *d*, de *d=10* et *d=25*. L'hypothèse nulle d'absence de

[4] Nous avons également cherché à tester l'indice optimal pour un ensemble de valeurs du paramètre *d=10* à *d=25*. Les résultats du test de causalité de Hong et al. [2009] pour ces valeurs concluent tous au choix de l'indice Id_{14} comme indice optimal.

causalité allant des variations mensuelles positives et extrêmes de chaque indice agrégé de risque systémique vers les variations mensuelles négatives et extrêmes de la production industrielle, est rejetée dans deux configurations au seuil nominal de 5% (pour les modèles contenant 2 et 3 mesures).

Tableau 2 : Décomposition par variable des composantes principales parcimonieuses

δ	1,000	1,309	1,402	1,711	1,834	1,933	2,017	2,022	2,050	2,125	2,139	2,199	2,249	**2,304**	2,327	2,388
Id_k	Id_1	Id_2	Id_3	Id_4	Id_5	Id_6	Id_7	Id_8	Id_9	Id_{10}	Id_{11}	Id_{12}	Id_{13}	$\mathbf{Id_{14}}$	Id_{15}	Id_{16}
k	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$\mathbf{k=14}$	$k=15$	$k=16$
M_1	1,00	0,92	0,91	0,83	0,79	0,75	0,73	0,73	0,72	0,70	0,70	0,70	0,70	**0,69**	0,69	0,68
M_2	0,00	0,39	0,41	0,49	0,51	0,53	0,54	0,54	0,54	0,55	0,55	0,55	0,55	**0,56**	0,57	0,57
M_3	0,00	0,00	0,08	0,23	0,24	0,23	0,20	0,19	0,19	0,16	0,15	0,15	0,13	**0,10**	0,08	0,05
M_4	0,00	0,00	0,00	0,17	0,24	0,30	0,34	0,34	0,35	0,38	0,39	0,40	0,40	**0,40**	0,41	0,41
M_5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,10	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14	0,13	0,12	**0,07**	0,06	0,07
M_6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,05	0,05	**0,04**	0,04	0,05
M_7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	**0,06**	0,06	0,07
M_8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,04	0,05	0,05	**0,07**	0,07	0,08
M_9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,05	0,06	0,05	0,06	**0,06**	0,05	0,05
M_{10}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,03	0,04	**0,08**	0,10	0,06
M_{11}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	**0,06**	0,06	0,07
M_{12}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	**0,04**	0,05	0,06
M_{13}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	**0,03**	0,03	0,04
M_{14}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,05**	0,06	0,05
M_{15}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**	0,01	0,04
M_{16}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	**0,00**	0,00	0,05
$d=10$	5,77	1,50	1,50	5,69	3,74	3,74	3,74	3,74	3,74	4,95	4,95	7,31	7,31	**11,21**	7,70	7,70
$d=25$	5,81	1,52	1,52	5,70	3,71	3,71	3,71	3,71	3,71	4,92	4,92	7,31	7,31	**11,22**	7,67	7,67

Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016, calculs des auteurs. La première ligne du tableau donne les valeurs des différents paramètres δ pour les 16 indices Id_k pour $k = 1, \ldots 16$. Les 16 mesures de risque systémique sont représentées par M_1 à M_{16} et correspondent dans l'ordre à : M_1 à M_{16} et correspondent dans l'ordre à : M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, M_3 : *VaR*, M_4 : *Absorption Ratio*, M_5 : *CoVaR*, M_6 : *MES*, M_7: *Term Spread*, M_8 : *Default Yield Spread*, M_9 : *CES*, M_{10} : *Volatility*, M_{11} : *Dynamical Causality Index*, M_{12} : *SRISK*, M_{13} : *Turbulence Index*, M_{14} : *ΔCoVaR*, M_{15} : *TED Spread* et M_{16} : *Amihud Illiquidity Measure*. Les mesures actives dans la composante (par colonne) sont représentées en noir, tandis que celles qui sont inactives sont en gris. Les deux dernières lignes du tableau donnent la valeur de présente la statistique du test de Hong *et al.* [2009], l'indice optimal au sens de Hong *et al.* [2009] correspond à l'indice Id_{14} dont les variables actives son en gras tout comme les statistiques pour des valeurs du paramètre de troncature $d = 10$ et $d = 20$. Le seuil pour la significativité au niveau de risque nominal de 5% est de 1,96.

A la lecture de ce Tableau, l'indice optimal issu de la méthodologie ACPP est l'indice agrégé Id_{14}. Nous notons que ceci est valide quel que soit le paramètre d retenu, avec des résultats relativement homogènes sur chaque ligne. Quelle que soit la valeur de d, cet indice apparaît en effet comme étant le plus optimal au sens du test de Hong *et al.* [2009], avec une statistique de Hong *et al.* [2009] pour ce modèle supérieur de plus de 30% à

50% à toutes les autres. L'indice optimal sera ainsi construit à partir de 14 mesures de risque systémique, dans le sens où celui-ci réalisera le meilleur compromis : la meilleure stabilité dans le temps et le pouvoir prédictif le plus élevé sur les contractions sévères de l'activité économique. On notera ici au passage l'analogie entre notre démarche d'identification de l'indice agrégé optimal et les critères traditionnels de sélection de modèles (*AIC*, *BIC*).

Le Tableau 2 donne ainsi une information supplémentaire du fait de l'application des différentes ACPP sous contrainte : elle concerne l'ordre d'importance [5]des variables dans la composition de l'indice. Si une seule variable était à sélectionner, le choix se porterait sur le *Spillover Index* (seule variable non-nulle - en noir - dans la première colonne, avec un coefficient de 1 dans le Tableau 2). Viendront ensuite par ordre de pertinence : *le Herfindahl-Hirschman Index*, l'*Absorption Ratio*, la *VaR*, la volatilité, la *CoVaR* et le *Default Yield Spread*. Les deux dernières mesures à rentrer dans la composition de l'indice optimal seront le *TED Spread* et l'*Amihud Illiquidity Measure*.

Pour la première valeur, l'indice agrégé correspond au *Spillover Index* de Diebold and Yilmaz (2009). Pour la dernière valeur où δ = 2,388, l'indice agrégé corresponds à l'agrégation de l'ensemble des 16 facteurs de risque systémique utilisés (les 16 mesures retenues dans l'analyse). Les dynamiques des autres indices sont comprises entre ces deux indices pour $\delta = 1{,}000$ et $\delta = 2{,}388$. En effet, l'ajout d'un facteur supplémentaire augmente la variabilité de l'indice agrégé, qui sera comprise entre les variabilités des deux indices du cas limite repris dans le graphique 3 suivant.

L'indice agrégé optimal est, au vu des résultats du Tableau 2, principalement déterminé dans l'ordre par : le *Spillover Index* (avec un poids de 0,69), *le Herfindahl-Hirschman Index* (0,56), l'*Absorption Ratio* (0,40), la *VaR* (0,10), la volatilité (0,08), la *CoVaR* (0,07) et le *Default Yield Spread* (0,07). Un second ensemble de mesures vient s'ajouter dans sa composition, mais avec des poids relativement plus faibles comme dans le cas du *Term Spread* (0,06), du *Dynamical Causality Index* (0,06), la *CES95* (0,06), de la *ΔCoVaR* (0,05), de la *SRISK* (0,04), de la *MES* (0,04) et du *Turbulence Index* (0,03). Le *TED Spread* et l'*Amihud Illiquidity Measure* sont elles négligées. Soulignons pour

[5] Il est important de noter que chaque mesure de risque systémique est importante indépendamment de leur poids ou de leur ordre d'entrée dans la composition de l'indice.

finir que les principales dimensions du risque systémique sont ainsi prises en compte dans notre indice final.

Graphique 3 : Dynamique des indices agrégés concurrents limites (cas limites)

Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Sont représentées les deux séries concurrentes de l'indice agrégé des risques systémiques. L'indice obtenu par l'ACPP est en trait fin (gris) et représente l'indice où une seule composante est active pour un paramètre δ = 1,000, tandis que celui obtenu par une ACP classique est représenté en trait gras (noir) pour une valeur δ = 2,388.

Le graphique 3 suivant présente ainsi parmi les évolutions temporelles des « cas extrêmes » des 16 facteurs (ou indices agrégés), ceux issus des composantes parcimonieuses du Tableau 1 liées aux deux cas extrêmes (pour des paramètres de troncature égaux à $\delta = 1{,}000$ et $\delta = 2{,}388$) et montre l'intérêt de la méthodologie. En effet, bien que la dynamique temporelle des deux indices agrégés soit similaire, la variabilité temporelle est différente. L'indice le plus stable correspond bien évidemment au cas $\delta = 1{,}000$ avec une variance égale à 1. Cet indice est uniquement déterminé par le *Spillover Index* de Diebold and Yilmaz (2009).[6] L'indice agrégé le plus volatile est obtenu pour $\delta = 2{,}388$ et il est égal au facteur dominant d'une ACP classique, avec une

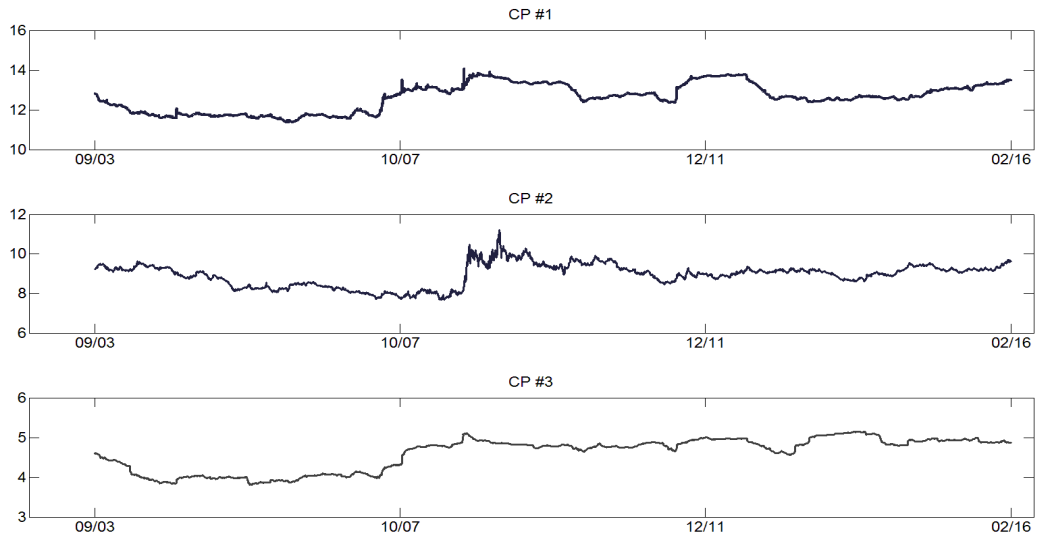
[6] Il importe de souligner que l'égalité à 1 de la variance provient de la standardisation des données préalable à l'ACPP.

variance estimée à 3,195. Les autres indices agrégés non représentés affichent des variances comprises entre ces deux valeurs. On retrouve ainsi avec cette analyse l'objectif principal de l'ACPP, à savoir la stabilisation temporelle des facteurs, ici nos indices agrégés. Cependant et comme déjà mentionné, cette stabilisation s'obtient *via* un arbitrage biais-variance, et il induit donc une baisse de la représentativité (variance expliquée du facteur).

Le graphique 4 donne un aperçu de l'évolution des premières composantes principales (CP) des indices obtenus par l'ACP (Panel A) et l'ACPP optimal au sens de Hong *et al.* [2009] (Panel B). Pour des raisons de lisibilité, ne sont représentées dans ce graphique que les premières composantes qui valident le critère de Kaiser[7]. Dans le cas de l'ACP classique, seules 3 CP sont retenues comme dans l'ACPP. Dans les deux cas, les trois premières composantes principales ont un comportement très similaire (avec une augmentation importante lors de la crise de 2008). Les 3 premières composantes expliquent environ 70% de la variance totale, alors que les autres composantes se partageant le reste de manière dégressive (avec, au maximum, une part de 7% de la variance expliquée dès la quatrième composante dans les deux cas).

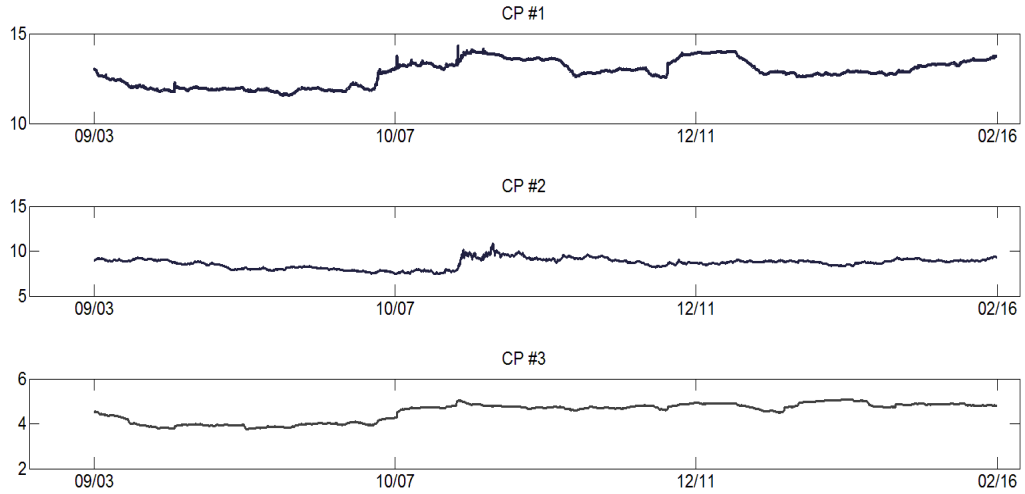
Graphique 4 : Comparaisons de l'évolution des Composantes Principales (ACP et ACPP)

Panel A : Cas de l'ACP classique



[7] *i.e.* les composantes principales dont le poids dans la variance totale expliquée est supérieur ou égal à $1/N$, où N représente ici le nombre de mesures du risque systémique.

Panel B : Cas de l'ACPP



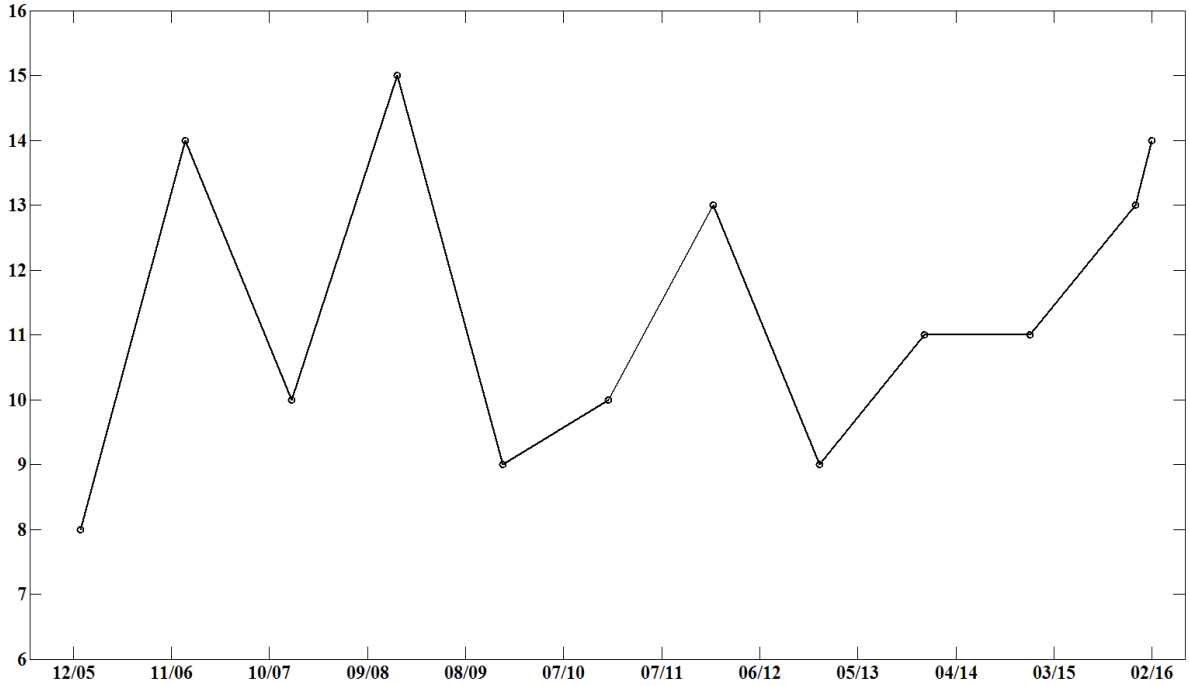
Source : *Bloomberg*, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Sont représentées les trois (ACP et ACPP) Composantes Principales (CP) obtenues *via* l'ACP (Panel A) et l'ACPP (Panel B) sur l'ensemble de la période.

Le graphique 5 montre l'évolution du nombre de composantes active dans l'Indice de risque systémique optimal au sens de Hong *et al.* [2009] au cours de la période (pour un paramètre de troncature d égal à 15 ici).

Pour terminer cette section, nous présentons ci-après l'évolution dynamique du choix du modèle optimal au cours de la période. Le graphique 5 suivant retrace l'évolution des modèles optimaux (identifiés par le nombre optimal de variables à retenir à chaque fin d'année, conduisant à la meilleure statistique de Hong *et al.* [2009]). Nous constatons que le nombre de variables évolue sensiblement au cours de la période et que les modèles retenus sont plus ou moins parcimonieux (de 8 à 15 variables doivent être retenues). Récemment nous remarquons un accroissement de ce nombre depuis 2013, traduisant un éparpillement des informations pertinentes dans les nombreuses mesures de risque existantes.

Dans la suite, nous poursuivons notre analyse sur l'étude de la relation entre l'indice de risque systémique agrégé (*ISRM*) obtenu par l'ACPP, et la variable économique d'intérêt (la production industrielle ici). Nous conduisons ensuite la même analyse de la relation entre l'*ISRM* et l'indice de marché (le S&P500 ici).

Graphique 5 : Evolution du nombre de composantes dans l'indice optimal



Source : *Bloomberg*, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Evolution du nombre de composantes dans l'indice de risque systémique optimal au sens de Hong *et al.* [2009] au cours de la période (pour un paramètre de troncature d égal à 15). En ordonnées sont représentés les différents nombres de composantes actives dans l'indice optimal au cours du temps. La dynamique est calculée ici en récursif depuis 2005 sur l'ensemble de la période.

Nous basons tout d'abord notre analyse sur une fréquence trimestrielle pour la production industrielle, l'indice de risque systémique (retardé d'une période) et l'indice de marché. Puis nous estimons par Moindres Carrés Ordinaires (MCO) et par Régression Quantile (RQ), la relation suivante sur la période du 01/2006 au 09/2015 :

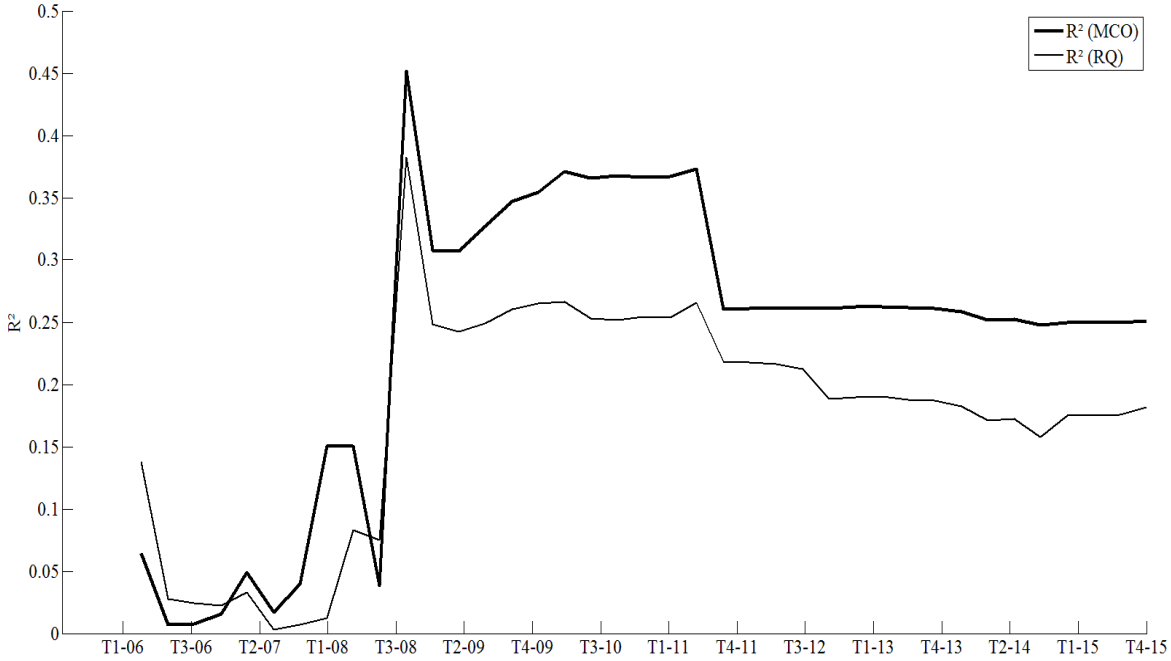
$$\dot{y}_{t+1} = \mu + \lambda I\dot{S}R\dot{M}_t + \xi_t, \tag{6}$$

où $\dot{z}_{t+1} = (z_{t+1} - z_t)/z_t$ est le taux de variation de la variable considérée (production industrielle, puis indice boursier dans la suite) et ξ_t le résidu à la date *t*.

Le graphique 6 montre l'évolution du R^2 de la relation entre la variation de la production industrielle et celle de l'indice de risque systémique retardée d'une période estimée par les Moindres Carrés Ordinaires (MCO) et par Régression par Quantile (RQ). Le pouvoir explicative de la variation de l'indice de risque systémique sur celle de la production industrielle est, pour les deux types de méthode d'estimation, au plus bas en début de période, puis marque un pic au troisième trimestre de 2008 juste après la faillite

de Lehman Brothers, puis redescend lentement ensuite, tout en restant à un niveau au-dessus de celui d'avant crise.

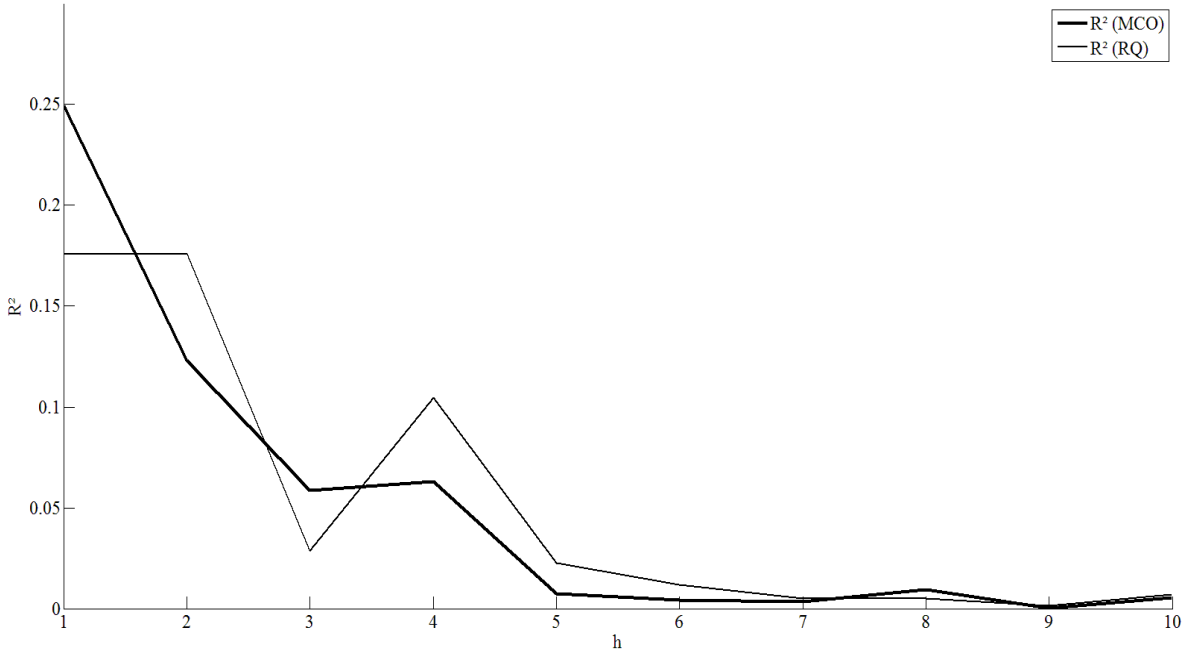
Graphique 6 : Evolution du R² dans le temps du lien entre les variations de la production industrielle et celles de l'indice de risque systémique (retardé d'une période)



Source : *Bloomberg*, série trimestrielle de la production industrielle du 01/2006 au 09/2015 ; calcul des auteurs. Ce graphique représente l'évolution du R² dans le temps de la relation entre les variations de la production industrielle et celles de l'indice de risque systémique selon que l'estimation de la relation soit faite par MCO (trait gras) ou par RQ (trait fin) pour un quantile à 0,20.

Nous poursuivons l'analyse en mesurant l'inertie du phénomène en fonction de l'horizon de prévision pour la relation production industrielle et indice de risque systémique, pour un horizon h allant de 1 à 10 périodes. Le graphique 7 montre l'évolution du R^2 de la régression. Comme attendu, le pouvoir prédictif de la relation entre variable macroéconomique et risque systémique est significatif d'abord, puis décroît doucement à mesure que le choc systémique s'éloigne, alors son impact devient nul après un horizon de quelques mois (2 à 4 mois selon les analyses).

Graphique 7 : Evolution du R² en fonction de l'horizon de prévision de la relation entre les variations de la production industrielle et celles de l'indice de risque systémique (retardé)

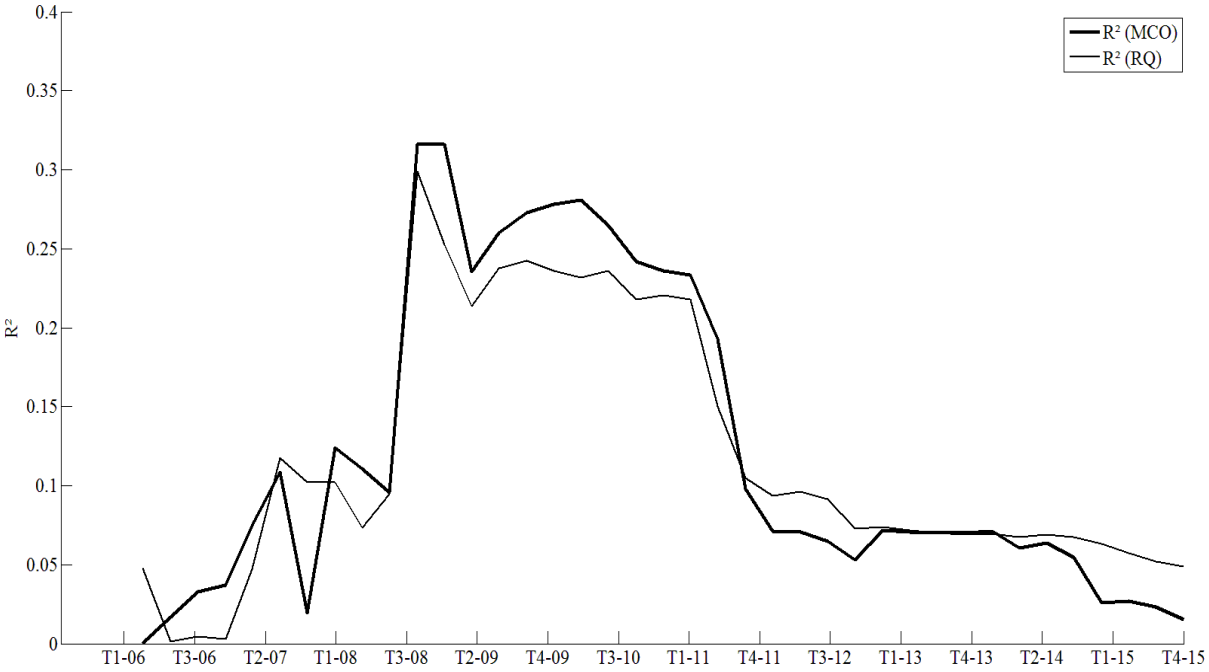


Source : *Bloomberg*, série trimestrielle de la production industrielle du 01/2006 au 09/2015 ; calcul des auteurs. Ce graphique représente l'évolution du R² en fonction de l'horizon de prévision de la relation entre les variations de la production industrielle et celles de l'indice de risque systémique selon que l'estimation de la relation soit faite par MCO (trait gras) ou par RQ (trait fin) pour un quantile à 0,20.

Nous réalisons ensuite le même exercice en estimant la relation entre les variations de l'indice de risque systémique et cette fois-ci celles de l'indice de marché (le S&P500 ici).

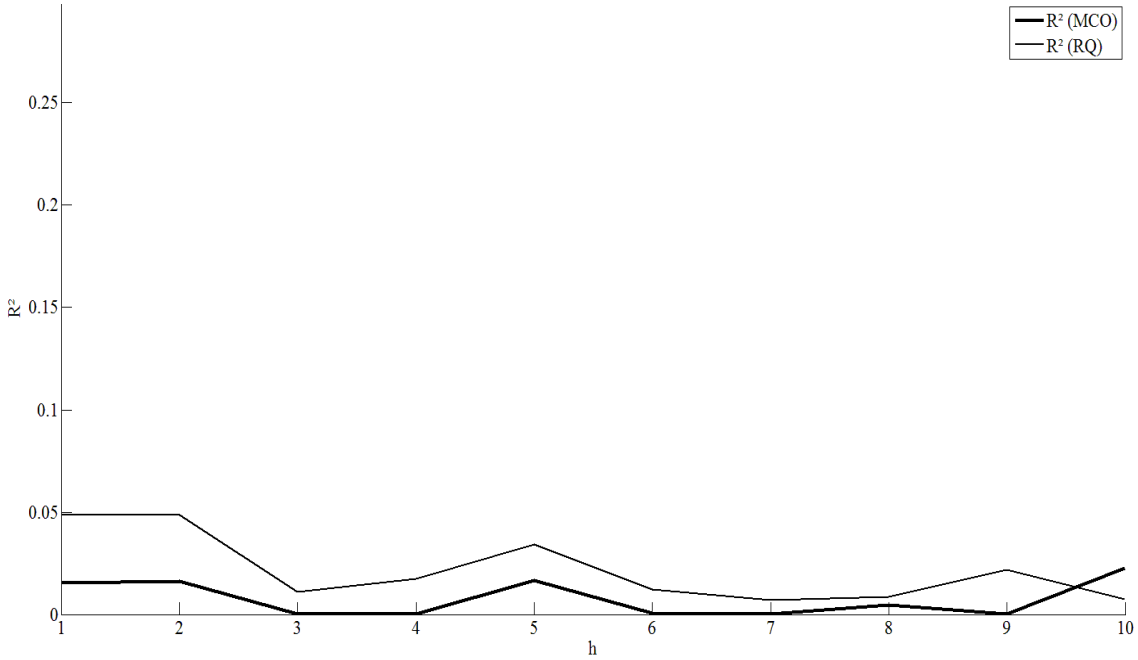
Comme vu précédemment avec la production industrielle, le graphique 8 montre l'évolution du *R²* de la relation entre la variation de l'indice de marché et celle de l'indice de risque systémique retardée d'une période estimée par les MCO et par une RQ. Le pouvoir explicatif de la variation de l'indice de risque systémique sur celle du marché augmente et marque un pic au troisième trimestre de 2008 juste après la faillite de Lehman Brothers et redescend ensuite, jusqu'à disparaître complètement sur les dernières périodes. Ceci traduit la persistance à un mois de l'effet d'un choc systémique sur les marchés financiers, quand le risque systémique est élevé.

Graphique 8 : Evolution du R² dans le temps de la relation entre les variations de l'indice de marché et celles de l'indice de risque systémique (retardé)



Source : *Bloomberg*, série trimestrielle de l'indice de marché du 01/2006 au 09/2015 ; calcul des auteurs. Evolution du R² dans le temps de la relation entre les variations de l'indice de marché et celles de l'indice de risque systémique selon que l'estimation de la relation soit faite par MCO (trait gras) ou par RQ (trait fin) pour un quantile à 0,20.

Graphique 9 : Evolution du R² en fonction de l'horizon de prévision de la relation entre les variations de l'indice de marché et celles de l'indice de risque systémique (retardé)



Source : *Bloomberg*, série trimestrielle de l'indice de marché du 01/2006 au 09/2015 ; calcul des auteurs. Evolution du R² en fonction de l'horizon de prévision de la relation entre les variations de l'indice de marché et celles de l'indice de risque systémique selon que l'estimation de la relation soit faite par MCO (trait gras) ou par RQ (trait fin) pour un quantile à 0,20.

Néanmoins, si nous considérons toute la période d'analyse (voir graphique 9), le lien entre les variations systémiques et les mouvements de marché (pour des horizons h allant de 1 à 10 périodes) semblent ténus (en dehors des périodes de crises majeures). Ainsi, de la comparaison des graphiques 7 et 9, il semble donc ressortir le fait que l'*ISRM* contienne plus d'information en ce qui concerne l'évolution de la production réelle, qu'il n'en contient relativement aux futures évolutions de marché. En effet, il n'y visiblement pas de contenu prédictif au vu du graphique 9.

TESTS DE ROBUSTESSE DE LA METHODE DE CONSTRUCTION DE L'INDICE

Cette section est dédiée à la robustesse de la méthode de construction de l'indice agrégé des mesures de risque systémique.

Afin de vérifier la robustesse de notre approche, nous avons également cherché à comparer les poids des mesures de risque systémique dans la composition de la première composante principale issue d'une ACPP en régressant par Moindre Carrés Ordinaires (MCO) cette composante principale sur la matrice des mesures de risque systémique. Nous retrouvons alors des poids similaires. En outre, régresser successivement cette composante en ajoutant les mesures de risque systémique une à une comme variables explicatives (dans l'ordre de leur entrée dans la composition des indices Id_k du Tableau 2) nous permet de retrouver des résultats similaires au Tableau 2.

En complément des travaux de Kouontchou *et al.* [2017], nous proposons de tester comparativement d'autres méthodes similaires pour construire l'indice agrégé, en considérant deux autres types de régressions pénalisées similaires, connues sous les noms de « *RIDGE* » et de « *Elastic-net* ». Hastie *et al.* [2015] montrent les propriétés de ces régressions et les comparent avec la régression « *LASSO* » et ses généralisations. La contrainte ou pénalité de la régression dite « *RIDGE* » se base non plus sur la norme 1 mais sur la norme 2 du vecteur de paramètres β^s. En reprenant la régression (5) et les mêmes notations, nous avons :

$$\begin{aligned} F^s &= M\beta^s + U \\ s.c.\ P(\beta^s) &\equiv \|\beta^s\|_2 = \sum_{j=1}^{p}(\beta_j)^2 \leq \delta^2, \end{aligned} \tag{7}$$

avec $\|.\|_2$ la norme 2.

La deuxième régression pénalisée que nous prenons en compte est la régression dite « *Elastic-net* ». Cette régression est une combinaison des régressions pénalisées « *LASSO* » et « *RIDGE* » et se définie, toujours en gardant les mêmes notations, comme :

$$\begin{gathered} F^s = M\beta^s + U \\ s.c.\ P(\beta^s) \equiv \frac{1-\alpha}{2}\|\beta^s\|_2 + \alpha\|\beta^s\|_1 = \sum_{j=1}^{p}\left[\frac{1-\alpha}{2}\left(\beta_j\right)^2 + \alpha\left|\beta_j^s\right|\right], \end{gathered} \tag{8}$$

avec α le paramètre de lissage permettant d'arbitrer entre les pénalités sur la norme 1 et sur la norme 2 du vecteur de paramètres β^s. Dans le cas extrême où $\alpha = 1$, la contrainte $P(\beta^s)$ se réduit simplement à la contrainte sur la norme 1 du vecteur de paramètres β^s, autrement dit, on revient à la régression pénalisée « *LASSO* ». Dans l'autre cas extrême où $\alpha = 0$, la contrainte $P(\beta^s)$ se réduit cette fois-ci à la contrainte sur la norme 2 du vecteur de paramètres β^s, autrement dit ce qui revient à la régression pénalisée « *RIDGE* ».

Nous avons cherché à corroborer nos résultats en utilisant successivement la régression pénalisée « *LASSO* » où la contrainte est définie par la norme 1, la régression pénalisée « *RIDGE* » où la contrainte est définie par la norme 2 et la régression pénalisée « *Elastic-net* » où la contrainte est une combinaison des contraintes des deux régressions pénalisées précédentes (cas extrêmes). Ceux-ci[8] sont très similaires qu'il s'agisse de la composition de l'indice optimal ou de la statistique de test de Hong *et al.* [2009] comme le montre le Tableau 3.

Au vu des résultats dans ce tableau, nous concluons que les trois approches donnent des résultats très similaires et confirment bien le choix optimal de l'indice Id_{14}. On retrouve les mêmes mesures de risque systémique actives dans la composition de l'indice pour des valeurs très proches de la statistique de test de Hong *et al.* [2009]. Les poids affectés aux mesures de risque systémique sont également très similaires selon la régression pénalisée utilisée.

[8] Comme précédemment, nous cherchons à savoir ici si l'indice est optimal pour un ensemble de valeurs $d = 10$ à $d = 25$ selon les trois régressions pénalisées. Les résultats confirment bien le choix de l'indice Id_{14} pour les trois régressions pénalisées.

Tableau 3 : Comparaison des indices Id_{14} selon trois régressions pénalisées

Indices	*LASSO* (norme l_1) Id_{14}	*Elastic-net* (norme $l_1 + l_2$) Id_{14}	*RIDGE* (norme l_2) Id_{14}
δ	2,3043	2,3042	2,3041
$\mathbf{M}_1$	0,6931	0,6931	0,6932
$\mathbf{M}_2$	0,5606	0,5606	0,5606
$\mathbf{M}_3$	0,0983	0,0981	0,0980
$\mathbf{M}_4$	0,4039	0,4039	0,4039
$\mathbf{M}_5$	0,0683	0,0686	0,0689
$\mathbf{M}_6$	0,0434	0,0439	0,0443
$\mathbf{M}_7$	0,0632	0,0632	0,0632
$\mathbf{M}_8$	0,0654	0,0654	0,0654
$\mathbf{M}_9$	0,0569	0,0566	0,0563
$\mathbf{M}_{10}$	0,0829	0,0828	0,0827
$\mathbf{M}_{11}$	0,0559	0,0558	0,0558
$\mathbf{M}_{12}$	0,0375	0,0375	0,0375
$\mathbf{M}_{13}$	0,0268	0,0268	0,0268
$\mathbf{M}_{14}$	0,0480	0,0478	0,0477
$\mathbf{M}_{15}$	0,0000	0,0000	0,0000
$\mathbf{M}_{16}$	0,0000	0,0000	0,0000
d=10	9,0752	9,0752	9,0752
d=25	11,2200	11,2200	11,2200

Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016, calculs des auteurs.
Le tableau présente la comparaison de l'indice optimal issue des trois régressions pénalisées « *LASSO* », « *Elastic-net* » et « *RIDGE* » en termes de composition et de statistique de test de Hong *et al.* [2009]. La première ligne du tableau donne la valeur du paramètre δ pour les trois régressions. Les 16 lignes suivantes donne les poids des 16 mesures de risque systémique représentées par M_1 à M_{16} et correspondent dans l'ordre à : M_1 à M_{16} et correspondent dans l'ordre à : M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, M_3 : *VaR*, M_4 : *Absorption Ratio*, M_5 : *CoVaR*, M_6 : *MES*, M_7: *Term Spread*, M_8 : *Default Yield Spread*, M_9 : *CES*, M_{10} : *Volatility*, M_{11} : *Dynamical Causality Index*, M_{12} : *SRISK*, M_{13} : *Turbulence Index*, M_{14} : *ΔCoVaR*, M_{15} : *TED Spread* et M_{16} : *Amihud Illiquidity Measure*. Les mesures actives dans la composante (par colonne) sont représentées en noir, tandis que celles qui sont inactives sont en gris. Les 2 dernières lignes fournissent la valeur de la statistique U du test de Hong *et al.* [2009] pour un paramètre $d = 10$ et $d = 25$, qui s'avèrent en fait identiques pour toutes les valeurs de d comprises entre 10 et 25 pour les trois méthodes (ici 10 et 25).

Le Tableau 4 suivant donne le nombre de mesures de risque systémique significatives sur la base du critère de Kaiser ainsi que les classements des indices Id_k en termes de parcimonie selon différents critères d'information : *Akaike Information Criterion* (*AIC*), *Bayesian Information Criterion* et *Swhartz Information Criterion* (*SIC*) et selon La statistique U du test de Hong *et al.* [2009] pour les trois régressions pénalisées : « *LASSO* », « *Elastic-net* » et « *RIDGE* ». Comme attendu, le classement selon la statistique U du test de Hong *et al*. [2009] fait ressortir l'indice optimal obtenu précédemment quel que soit le type de régression pénalisée utilisé.

Tableau 4 : Comparaison des classements des indices selon plusieurs critères de parcimonie

Id_k	Id_1	Id_2	Id_3	Id_4	Id_5	Id_6	Id_7	Id_8	Id_9	Id_{10}	Id_{11}	Id_{12}	Id_{13}	$\mathbf{Id_{14}}$	Id_{15}	Id_{16}
LASSO (norme 1)																
Kaiser	1	2	2	**4**	4	4	5	5	5	5	5	4	3	***3***	3	3
AIC	7	4	12	**1**	6	9	10	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
BIC	7	4	12	**1**	6	9	10	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
SIC	7	4	12	**1**	6	9	10	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
U	6	15	16	**7**	10	11	12	13	14	8	9	4	5	**1**	2	3
Elastic-net (normes 1 et 2)																
Kaiser	1	2	2	**4**	4	4	5	5	5	5	5	4	3	***3***	3	3
AIC	9	4	12	**1**	5	7	10	8	15	13	2	16	6	**11**	14	3
BIC	9	4	12	**1**	5	7	10	8	15	13	2	16	6	**11**	14	3
SIC	9	4	12	**1**	5	7	10	8	15	13	2	16	6	**11**	14	3
U	6	15	16	**7**	10	11	12	13	14	8	9	4	5	**1**	2	3
RIDGE (norme 2)																
Kaiser	1	2	2	**4**	4	4	5	5	5	5	5	4	3	***3***	3	3
AIC	10	4	12	**1**	6	9	7	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
BIC	10	4	12	**1**	6	9	7	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
SIC	10	4	12	**1**	6	9	7	8	15	13	2	16	5	**11**	14	3
U	6	15	16	**7**	10	11	12	13	14	8	9	4	5	**1**	2	3

Source : La première ligne du tableau donne le nombre de mesures de risque systémique significatives au sens du critère de Kaiser sur la variabilité de la composante principale. Les 3 lignes suivantes donnent les classements des indices selon les critères de parcimonie *AIC*, *BIC* et *SIC*. Enfin, la dernière ligne donne le classement de ces mêmes indices selon la statistique U de Hong *et al*. (2009) pour un paramètre d prenant les valeurs $d = 15$ et $d = 20$.

Le nombre de mesures respectant le critère de Kaiser dans l'indice optimal (selon les critères de parcimonie *AIC*, *BIC* et *SIC*) est de 4, mettant en lumière l'importance dans la construction de l'indice des mesures M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, et M_4 : *Absorption Ratio* qui prend de plus en plus d'importance au détriment de la mesure M_3 correspondant à la *VaR* qui en perd peu à peu dans la composition de l'indice quand le nombre de mesures actives augmente, traduisant de ce fait une sélection dans la variabilité de notre ensemble de mesures afin de prendre en compte les différents aspects du risque systémique puisque le risque de perte extrême lié à la définition de la *VaR* se retrouve également dans d'autres mesures présentent dans l'indice optimal. Les critères de parcimonie confirment cet aspect au niveau des classements des indices. L'indice

optimal sur le critère de la parcimonie est l'indice Id_4 tandis que le moins parcimonieux est Id_{12}. Ainsi le critère de Hong *et al.* (2009) tend à privilégier un indice moins parcimonieux (Id_{14}), tandis que les critères d'information usuels nous conduiraient plutôt (tous de manière unanime d'ailleurs) à considérer des modèles plus simples (tel que Id_4 ou Id_{11}).

Par ailleurs, prendre en considération l'agrégation de toutes les composantes principales comme cible de la régression pénalisée ne change donne des résultats similaires en termes de pondérations dans la composition de l'indice, de valeurs de test de Hong *et al.* [2009] et du choix du modèle et des variables à retenir qui sont identiques.

Maintenant que la construction de notre indice de risque systémique est stabilisée et validée, nous pouvons analyser plus avant dans la prochaine section le lien entre notre indice et les valorisations boursières dans le cadre d'un modèle instantané usuel.

DU MEDAF AVEC RISQUE SYSTEMIQUE

Dans cette section, nous introduisons ainsi le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (noté MEDAFS), pour inclure le risque systémique dans le MEDAF traditionnel.

DU MEDAF TRADITIONEL AU MEDAF ETENDU AU RISQUE SYSTEMIQUE

Nous reprenons la théorie du Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF) proposé par Sharpe [1964], Lintner [1965] et Mossin [1966], et son extension à trois facteurs de Fama et French [1993] prenant en compte certaines anomalies dans la valorisation des prix des actifs (*Cf.* Fama et French [1996]). Puis, nous introduisons ensuite un facteur lié au risque systémique dans le MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama-French [1993], au moyen d'un facteur additionnel correspondant à l'indice de risque systémique optimal établi à la section précédente.

Dans la relation d'équilibre proposée par Sharpe [1964], les rendements des actifs peuvent être expliqués par les rendements du portefeuille de marché tels que :

$$r_i = r_f + \beta_i\left(r_M - r_f\right) + \varepsilon_i, \tag{9}$$

où r_i et r_M sont respectivement les rendements du titre *i* et les rendements du portefeuille de marché, r_f est le taux sans risque supposé constant, et ε_i le terme résiduel de moyenne nulle et β_i l'exposition de l'actif au risque systématique définie comme :

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)}. \tag{10}$$

Cette relation permet de déterminer, sous certaines conditions, l'espérance de rendement du titre *i* en fonction de l'exposition de l'actif au risque systématique telle que :

$$E(r_i) = E\left(r_f\right) + \beta_i\left[E(r_M - r_f)\right], \tag{11}$$

où $E(r_i)$ et $E(r_M)$ sont respectivement les espérances des rendements du titre *i* et des rendements du marché, $E\left(r_f\right)$ reste égale au taux sans risque.

Ce qui nous amène maintenant à la version du MEDAF étendue au modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] dont la représentation est la suivante :

$$E(r_i) = E\left(r_f\right) + \beta_i\left[E(r_M - r_f)\right] + \gamma_i\left[E\left(r_{SMB} - r_f\right)\right] + \theta_i\left[E\left(r_{HML} - r_f\right)\right], \tag{12}$$

où r_{SMB} représente les rendements du facteur *Small Minus Big* (noté *SMB*), *i.e.,* l'écart de rentabilité entre un portefeuille de titre à faible capitalisation (*Small*) et un portefeuille de titre à forte capitalisation (*Large*) et où r_{HML} représente le facteur *High Minus Low* (noté *HML*), *i.e.,* l'écart de rentabilité entre un portefeuille composé de titres avec un ratio *Book Equity* sur *Market Value* élevé et un portefeuille pour lequel ce ratio est faible.

Ainsi, des portefeuilles composés d'entreprises avec des rendements de long terme faibles (*losers*), auront tendance à avoir un ratio *Book Equity* sur *Market Value* élevé et donc un coefficient devant la prime de risque sur le facteur *HML* positif. Inversement, des portefeuilles avec des rendements de long terme plutôt élevés (*winners*), auront tendance à avoir un ratio *Book Equity* sur *Market Value* faible, et donc un coefficient devant la prime de risque sur le facteur *HML* négatif.

Pour les rendements *SMB*, des portefeuilles composés d'entreprises avec des rendements élevés auront tendance à avoir un coefficient positif par rapport aux portefeuilles composés de firmes ayant des rendements faibles qui auront un coefficient caractérisant le niveau de la prime de risque sur le facteur *SMB* négatif.

Nous ajoutons par la suite l'indice de risque systémique optimal évoqué à la section précédente (*ISRM*), comme facteur additionnel dans le modèle à trois-facteurs de Fama et French [1993]. Nous obtenons ainsi un modèle à quatre facteurs - modèle (I) ci-dessous - en comparaison du modèle de Fama et French [1993] - modèle (II) ci-dessous, tels que :

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t} & (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varphi_i r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t} & (II), \end{cases} \tag{13}$$

où les facteurs au temps *t*, sont les rendements du marché $r_{M,t}$, les rendements du facteur *SMB* notés $r_{SMB,t}$, ceux du facteur *HML* notés $r_{HML,t}$ et où le facteur de risque systémique noté $r_{ISRM,t}$ représentant les rendements de l'indice optimal est le quatrième facteur.

Une fois que nous avons écrit la relation de l'évaluation des actifs dans leur forme la plus simple, en insistant sur la relation linéaire entre le rendement et les primes, nous devons maintenant faire face à d'autres particularités des marchés financiers.

En particulier, nous devons d'abord prendre en compte dans la technique d'estimation les potentielles interrelations entre les rendements des actifs. Nous utilisons la méthode *SURE* de Zellner [1962] (pour *Seemingly Unrelated Regression Estimation)* du modèle proposé (*Cf.* Kraus et Litzenberg, [1976] ; Barone-Adesi *et al.*, [2003] ; Galagedera et Maharaj, [2008]). Considérons un système de *N* équations simultanées, dont la *i-ième* équation est définie dans l'équation (12).

De façon plus compacte, ces derniers vecteurs peuvent être empilés dans un vecteur *r* de dimension *NT*, avec un même agencement correspondant pour les termes d'erreur, vecteurs de coefficients, et régresseurs :

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r_1} \\ \boldsymbol{r_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{r_N} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_1} \\ \boldsymbol{\varepsilon_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon_N} \end{bmatrix}, \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F_1} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{F_2} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{F_{K+1}} \end{bmatrix},$$

avec r le vecteur des rendements de taille $(NT \times 1)$ où $\boldsymbol{r_i} = (r_{i,t=1}, \dots, r_{i,t=T})'$ pour $i = (1, \dots, N)$, ε le vecteur des termes d'erreur de taille $(NT \times 1)$ où $\boldsymbol{\varepsilon_i} = (\varepsilon_{i,t=1}, \dots, \varepsilon_{i,t=T})'$ et $\boldsymbol{F}$ la matrice de taille $[NT \times (K+1)T]$ des facteurs définis comme suit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{F_1} = (1, 1 \ldots, 1)' \\ \boldsymbol{F_2} = \left(r_{M,t=1}, \ldots, r_{M,t=T}\right)' \\ \boldsymbol{F_3} = \left(r_{SMB,t=1}, \ldots, r_{SMB,t=T}\right)' \\ \boldsymbol{F_4} = \left(r_{HML,t=1}, \ldots, r_{HML,t=T}\right)'. \end{cases}$$

Ce qui nous conduit à l'équation suivante :

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{F\Lambda} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{14}$$

où $\boldsymbol{\Lambda} = (\Lambda_1, \Lambda_2, \ldots, \Lambda_N)$ de taille $[(K+1)T \times 1]$ avec $\boldsymbol{\Lambda_i} = (\alpha_i, \beta_i, \theta_i, \gamma_i, \varphi_i)'$ est es paramètres de taille $[1 \times (K+1)]$. Ce système est identique à celui proposé par Zellner [1962].

Ainsi, sachant que $\varepsilon_{i,t}$ est le *i-ème* terme d'erreur pour l'actif *i* à la période *t*, l'hypothèse de la corrélation contemporaine des erreurs, mais pas de corrélation sur l'ensemble de la période, implique que la matrice de variance-covariance dans le système et dénotée $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\varepsilon})$ est :

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \boldsymbol{I_N}, \tag{15}$$

où :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \cdots & \sigma_{1T} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \cdots & \sigma_{2T} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{T1} & \sigma_{T2} \cdots & \sigma_{TT} \end{bmatrix}, \tag{16}$$

avec $\boldsymbol{I_N}$ la matrice identité de dimension N, $\boldsymbol{\Sigma}$ la matrice de variance-covariance de taille $(T \times T)$ où $\sigma_{ii} = E(\boldsymbol{\varepsilon_i}\boldsymbol{\varepsilon_i})$ est la variance de $\boldsymbol{\varepsilon_i}$ et $\sigma_{ij} = E(\boldsymbol{\varepsilon_i}\boldsymbol{\varepsilon_j})$ pour $i \neq j$ et $\otimes$ la notation du produit de Kronecker indiquant que chaque élément de $\boldsymbol{\Sigma}$ par $\boldsymbol{I_N}$. Avec les notations précédentes, l'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) classique pour le vecteur $\boldsymbol{\Lambda}$ est :

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{MCO} = (\boldsymbol{F}'\boldsymbol{F})^{-1}\boldsymbol{F}'\boldsymbol{r}, \tag{17}$$

et pour les Moindres Carrés Généralisés (MCG - en supposant que la matrice $\boldsymbol{\Sigma}$ est connue) :

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{MCG} = [\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{\Sigma} \otimes \boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{F}]^{-1}\boldsymbol{F}'(\boldsymbol{\Sigma} \otimes \boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{r}. \tag{18}$$

Ce système correspond enfin aux MEDAFS lorsque Λ correspond à la matrice des sensibilités aux trois facteurs de Fama-French avec une constante et le facteur de risque systémique. Les résultats empiriques suivants sont ainsi basés sur le système d'équations

(18) en lien avec la relation linéaire de l'équation (13), écrite sous forme matricielle dans l'équation (14).

D'autres extensions du MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] pourraient ici être envisagées. Ainsi, Carhart [1997] propose de rajouter l'effet *momentum* représentant la différence entre les rendements des titres performants (*Winners*) et ceux des titres les moins performants (*Losers*) sur le marché comme facteur supplémentaire (noté *WML)*. Toutefois, pour des raisons évidentes de colinéarité entre les facteurs *momentum* et risque systémique, nous laisserons de côté ces extensions pour le moment.

Dans la suite sont reportés les tests empiriques du MEDAFS sur le marché américain des actions.

TESTS EMIRIQUES DU MEDAFS SUR LE MARCHE AMERICAIN

Nous comparons dans la suite le modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] (modèle I de l'équation 13) au même modèle étendu au risque systémique (modèle II de l'équation 13), *i.e.*, en rajoutant notre indice de risque systémique comme quatrième facteur, et nous évaluons les différences dans les valeurs des paramètres estimés, ainsi que les coefficients de détermination ajustés pour le MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993], avec ou sans prise en compte de l'indice de risque systémique comme facteur supplémentaire.

A la différence de la littérature sur les tests du MEDAF, qui consiste à tester l'équation de la prime de risque, nous cherchons à tester le MEDAFS, et en particulier la significativité du risque systémique. Pour ce faire, nous nous référons aux travaux de Black *et al.* [1972] et reprenons leur méthode de regroupement et de classement des titres en portefeuilles, de manière à limiter les risques d'estimation. Nous commençons tout d'abord par créer dix portefeuilles sur chacun des marchés. Ces portefeuilles sont construits en deux étapes. Le calcul des β de chaque titre par régression des moindres carrés est d'abord effectué, puis les titres sont regroupés dans 10 portefeuilles en fonction d'une règle de tri descendant sur les β. A la date t, le rendement de chaque portefeuille représente la moyenne des rendements de chacun des titres qui le compose.

Pour les analyses empiriques de cette section, nous utilisons la base de données journalière d'un panel de 60 institutions financières sur le marché américain (*Cf.* Brownlees et Engle [2012]). Cette base de données contient les prix de marché des différents titres et les différents ratios de la capitalisation boursière en fréquence journalière sur la période du 2 septembre 2003 au 26 février 2016 extraits de *Bloomberg*.

Tableau 5 : Estimation du MEDAF à trois facteurs de Fama-French et du MEDAFS utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (MCO sans correction pour l'hétéroscédasticité)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II) selon l'équation (13) dont la forme développée est la suivante :

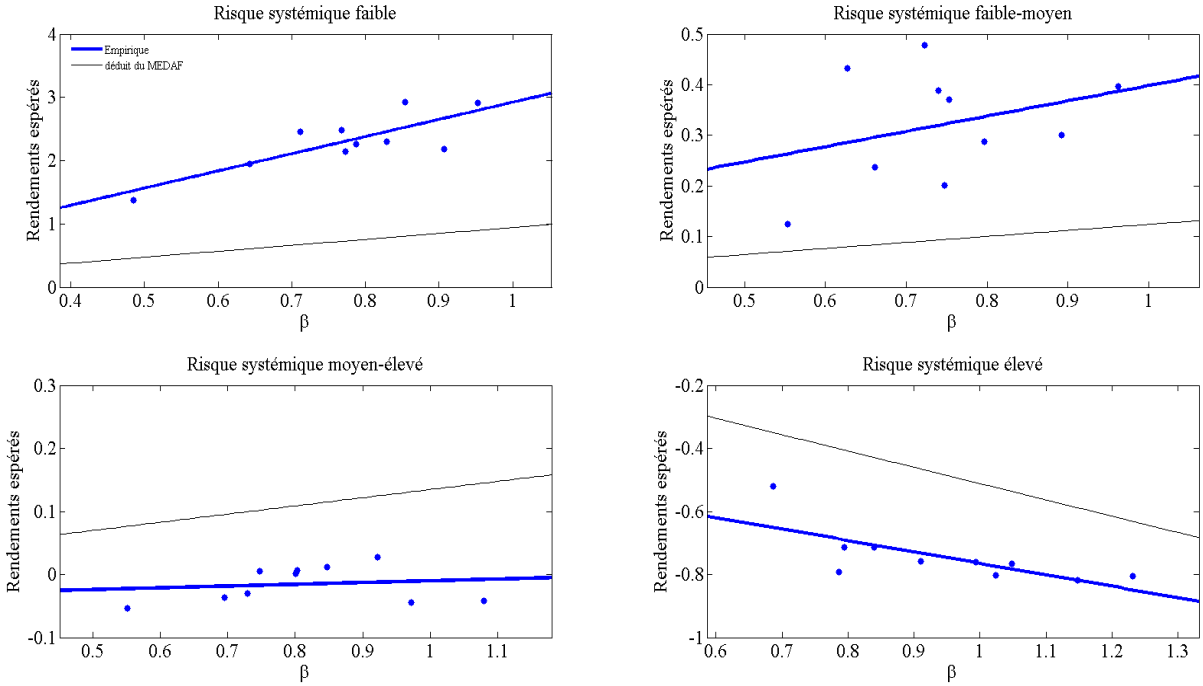
$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t} \ (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varphi_i r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t} \ (II) \end{cases}$$

	Modèle I (modèle sans risque systémique)					Modèle II (modèle avec risque systémique)					
	α_i	β_i	θ_i	γ_i	$\overline{R^2}$	α_i	β_i	θ_i	γ_i	φ_i	$\overline{R^2}$
Groupe 1	**6,17**	**1,11**	-0,04	**-1,11**	70,17%	**6,13**	**1,10**	**-0,04**	**-1,11**	-0,06	70,18%
	(2,84)	(57,48)	(1,91)	(45,97)		(2,83)	(56,67)	(2,02)	(45,58)	(0,78)	
Groupe 2	**5,16**	**1,01**	-0,02	**-1,07**	68,63%	**5,02**	**1,00**	-0,03	**-1,06**	**-0,21**	68,68%
	(2,37)	(52,36)	(1,06)	(44,22)		(2,32)	(51,28)	(1,48)	(43,59)	(2,75)	
Groupe 3	**5,45**	**0,96**	**-0,07**	**-1,01**	72,18%	**5,48**	**0,96**	**-0,07**	**-1,01**	0,05	72,18%
	(2,51)	(49,99)	(3,62)	(41,84)		(2,53)	(49,51)	(3,48)	(41,67)	(0,65)	
Groupe 4	2,46	**0,95**	**-0,08**	**-0,93**	71,51%	2,21	**0,93**	**-0,10**	**-0,91**	**-0,37**	71,76%
	(1,13)	(49,31)	(4,08)	(38,46)		(1,02)	(47,90)	(4,81)	(37,58)	(4,93)	
Groupe 5	**5,18**	**0,88**	0,04	**-0,68**	60,44%	**5,12**	**0,88**	0,03	**-0,68**	-0,09	60,45%
	(2,38)	(45,86)	(1,91)	(28,24)		(2,36)	(45,12)	(1,71)	(27,92)	(1,18)	
Groupe 6	3,03	**0,85**	**-0,10**	**-0,84**	66,54%	2,87	**0,84**	**-0,11**	**-0,83**	**-0,24**	66,65%
	(1,39)	(44,41)	(4,97)	(34,91)		(1,32)	(43,35)	(5,42)	(34,28)	(3,19)	
Groupe 7	3,94	**0,80**	**0,09**	**-0,42**	56,89%	3,74	**0,79**	**0,08**	**-0,41**	**-0,29**	57,13%
	(1,81)	(41,70)	(4,76)	(17,43)		(1,73)	(40,54)	(4,10)	(16,80)	(3,93)	
Groupe 8	**4,31**	**0,78**	0,00	**-0,74**	56,60%	3,99	**0,75**	-0,02	**-0,72**	**-0,48**	57,09%
	(1,98)	(40,29)	(0,10)	(30,70)		(1,84)	(38,73)	(1,10)	(29,67)	(6,46)	
Groupe 9	0,18	**0,72**	0,03	**-0,31**	51,44%	-0,19	**0,70**	0,00	**-0,28**	**-0,56**	52,56%
	(0,08)	(37,57)	(1,31)	(12,72)		(0,09)	(35,86)	(0,13)	(11,66)	(7,48)	
Groupe 10	**4,68**	**0,61**	**0,06**	**-0,14**	32,45%	**4,51**	**0,60**	**0,05**	**-0,13**	**-0,25**	32,68%
	(2,15)	(31,80)	(2,79)	(5,89)		(2,08)	(30,85)	(2,24)	(5,42)	(3,37)	

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] sans risque systémique (modèle I) et avec prise en compte du risque systémique (modèle II). Les valeurs du paramètre α sont exprimées en 10^{-4}. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) sans correction des t-statistiques.

Le Tableau 5 fourni l'estimation du modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] et du modèle étendu au risque systémique (facteur supplémentaire). Les paramètres en gras sont significatifs au seuil de 5%. Nous constatons que les coefficients φ lié au risque systémique sont majoritairement du signe attendu (tous négatifs sauf pour le portefeuille 3) et significatifs pour la grande majorité des portefeuilles. Plus précisément, le risque systémique doit être pris en compte dans sept portefeuilles sur dix (seuls les portefeuilles 1, 3 et 5 ne sont que peu sensibles au risque systémique). L'ajout du risque systémique comme facteur supplémentaire modifie également, bien que très légèrement, l'estimation des paramètres de la relation canonique du MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama et French [1993]. Autrement dit et comme on pouvait l'anticiper, l'ajout du facteur de risque systémique se justifie pleinement, et il ne bouleverse pas la relation traditionnelle du MEDAF.

Graphique 10 : Evolution de la relation empirique entre les rendements moyens et le facteur de risque de marché dans divers environnements de risque systémique



Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Nous créons tout d'abord dix portefeuilles à partir des classements sur les bêtas estimés par rapport au marché. Le graphique fournit les relations rendement-facteur-risque. La période *risque systémique faible* correspond à un facteur de risque systémique $r_{ISRM,t} \in [-0{,}0227, -0{,}0012[$, la période *risque systémique faible-moyen* correspond à $r_{ISRM,t} \in [-0{,}0012, -0{,}00015[$, la période *risque systémique moyen-élevé* à $r_{ISRM,t} \in [-0{,}00015, 0{,}00089[$ et la période *risque systémique élevé* correspond à $r_{ISRM,t} \in [0{,}00089, 0{,}0413[$. L'axe des abscisses représente le niveau des bêtas différents des portefeuilles et l'axe des ordonnées, les rendements espérés annualisés. La ligne fine est la relation prédite par le MEDAF et la ligne en gras est calculée par régression des rendements moyens sur les différents bêtas.

Le graphique 10 représente l'évolution de la relation empirique entre les rendements moyens et le niveau de la prime de risque liée au facteur de marché, le paramètre β, dans différents environnements de risque systémique. Il est à noter que la relation s'inverse et qu'elle devient négative quand le risque systémique est fort. Ainsi, dans un environnement de risque systémique faible - voir le cadrant supérieur gauche, un portefeuille avec un β élevé aura des rendements attendus plus élevés qu'un portefeuille ayant un β faible. Dans un environnement de risque systémique élevé par contre - voir le cadrant inférieur droit, un portefeuille avec un β élevé aura des rendements attendus plus faibles, voir négatifs, que ceux des portefeuilles ayant un β faible.

Cependant, l'estimation de la relation canonique du MEDAF et de son extension au risque systémique doit prendre en compte les interconnections entre les titres, et les résultats de significativité doivent prendre en compte l'hétéroscédasticité des variables financières. Nous reproduisons dans le Tableau 6, les estimations du modèle présenté dans le Tableau 5, en utilisant cette fois la méthode *SURE* de Zellner [1962] et en corrigeant les t-statistiques par la méthode de Newey et West [1987][9].

Et les résultats sont ici surprenants car, 1) bien que tous les coefficients soient assez semblables - *i.e.* similaires, et de signe attendu, 2) le nombre de portefeuilles dans lesquels le facteur de risque systémique est significatif est alors divisé par deux, et 3) les seuls portefeuilles significativement exposés au risque systémique sont les portefeuilles à bas *bêta.* Ainsi, seuls 4 portefeuilles sont significativement sensibles au risque systémique. De plus, on notera aussi que, sur la période totale, le facteur SMB n'est plus significatif pour l'ensemble des portefeuilles pour les deux modèles alors que le nouveau facteur de risque systémique l'est pour quelques portefeuilles au moins. Enfin, tout naturellement, nous constatons que le facteur de marché reste, quant à lui, essentiel et très significatif. Ces résultats, mitigés, nous amènent tout naturellement à envisager dans la section suivante quelques tests de robustesse.

[9] Nous avons également corrigé nos résidus de l'hétéroscédasticité en utilisant la correction de White. Les t-statistiques obtenues sont similaires à celles corrigées par Newey-West [1987] dans chacune des régressions.

Tableau 6 : Estimation du MEDAF à trois facteurs de Fama-French et du MEDAFS utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (méthode SURE *et correction pour l'hétéroscédasticité)*

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II) selon l'équation (13) dont la forme développée est la suivante :

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t} \ (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varphi_i r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t} \ (II) \end{cases}$$

	Modèle I (modèle sans risque systémique)					Modèle II (modèle avec risque systémique)					
	α_i	β_i	θ_i	γ_i	$\overline{R^2}$	α_i	β_i	θ_i	γ_i	φ_i	$\overline{R^2}$
Groupe 1	**5,88**	**1,12**	-0,06	**-1,16**	70,12%	**5,83**	**1,12**	-0,06	**-1,15**	-0,12	70,12%
	(2,36)	(15,33)	(0,75)	(7,80)		(2,27)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(0,45)	
Groupe 2	**5,95**	**1,01**	0,00	**-1,07**	68,61%	**5,77**	**1,01**	0,00	**-1,06**	-0,18	68,67%
	(2,09)	(18,79)	(0,08)	(12,59)		(1,99)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(0,81)	
Groupe 3	3,80	**0,95**	-0,04	**-1,05**	72,10%	3,93	**0,95**	-0,04	**-1,05**	0,12	72,10%
	(1,73)	(15,74)	(0,80)	(14,44)		(1,73)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(0,54)	
Groupe 4	0, 96	**0,95**	-0,06	**-0,95**	71,48%	0, 82	**0,94**	-0,07	**-0,94**	-0,30	71,71%
	(0,48)	(17,83)	(1,07)	(11,70)		(0,43)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(1,92)	
Groupe 5	**6,53**	**0,89**	0,03	**-0,72**	60,40%	**6,42**	**0,88**	0,03	**-0,71**	-0,05	60,41%
	(3,10)	(15,03)	(0,55)	(10,83)		(2,95)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(0,26)	
Groupe 6	3,71	**0,87**	-0,10	**-0,87**	66,50%	3,62	**0,86**	-0,11	**-0,86**	-0,20	66,61%
	(1,79)	(18,05)	(1,44)	(14,16)		(1,74)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(1,34)	
Groupe 7	**3,76**	**0,80**	0,11	**-0,42**	56,88%	**3,69**	**0,78**	0,10	**-0,41**	**-0,32**	57,12%
	(2,41)	(10,29)	(1,30)	(4,41)		(2,33)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(2,06)	
Groupe 8	3,87	**0,78**	0,01	**-0,76**	56,58%	3,30	**0,76**	-0,01	**-0,73**	**-0,50**	57,07%
	(1,36)	(17,99)	(0,22)	(8,04)		(1,16)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(2,90)	
Groupe 9	-1,08	**0,73**	0,02	**-0,32**	51,42%	-1,51	**0,71**	0,00	**-0,29**	**-0,53**	52,54%
	(0,65)	(13,72)	(0,24)	(4,25)		(0,87)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(3,89)	
Groupe 10	3,40	**0,62**	0,05	-0,10	32,35%	3,20	**0,61**	0,04	-0,09	**-0,26**	32,58%
	(1,03)	(12,93)	(1,43)	(1,62)		(0,97)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(2,91)	

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] sans risque systémique (modèle I) et avec prise en compte du risque systémique (modèle II). Les valeurs du paramètre α sont exprimées en 10^{-4}. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode *SURE* de Zellner (1962), avec MCG, avec correction des t-statistiques par la méthode de Newey-West [1987].

TESTS DE ROBUSTESSE DU MEDAFS

Dans la suite, le Tableau 7 compare le MEDAFS (Modèle II dans Tableau 6) au MEDAFS en utilisant cette fois des facteurs que l'on aura préalablement rendu indépendants du risque systémique.

Tableau 7 : Estimation du MEDAF et du MEDAFS avec décontamination des trois facteurs de Fama-French, en utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (méthode SURE *avec correction pour l'hétéroscédasticité)*

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle III), adaptée de l'équation (13), dont la forme développée est ici la suivante :

$$r_{i,t} = \alpha_i^* + \beta_i^*\,\hat{\varepsilon}_{M,t} + \theta_i^*\hat{\varepsilon}_{SMB,t} + \gamma_i^*\hat{\varepsilon}_{HML,t} + \varphi_i^*\,r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t} \quad \text{(III)}$$

avec:

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{M,t} = r_{M,t} - \hat{b}_M r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{SMB,t} = r_{SMB,t} - \hat{b}_{SMB} r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{HML,t} = r_{HML,t} - \hat{b}_{HML} r_{ISRM,t}. \end{cases}$$

	Modèle II (facteurs bruts)						Modèle III (facteurs décontaminés)					
	α_i	β_i	θ_i	γ_i	φ_i	$\overline{R^2}$	α_i^*	β_i^*	θ_i^*	γ_i^*	φ_i^*	$\overline{R^2}$
Groupe 1	**5,83**	**1,12**	-0,06	**-1,15**	-0,12	70,12%	**5,39**	**1,12**	-0,06	**-1,15**	**-2,31**	70,12%
	(2,27)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(0,45)		(2,11)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(6,88)	
Groupe 2	**5,77**	**1,01**	0,00	**-1,06**	-0,18	68,67%	5,36	**1,01**	0,00	**-1,06**	**-2,22**	68,67%
	(1,99)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(0,81)		(1,85)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(8,18)	
Groupe 3	3,93	**0,95**	-0,04	**-1,05**	0,12	72,10%	3,55	**0,95**	-0,04	**-1,05**	**-1,83**	72,10%
	(1,73)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(0,54)		(1,56)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(7,71)	
Groupe 4	0, 82	**0,94**	-0,07	**-0,94**	-0,30	71,71%	0,47	**0,94**	-0,07	**-0,94**	**-2,09**	71,71%
	(0,43)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(1,92)		(0,24)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(12,02)	
Groupe 5	**6,42**	**0,88**	0,03	**-0,71**	-0,05	60,41%	**6,10**	**0,88**	0,03	**-0,71**	**-1,66**	60,41%
	(2,95)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(0,26)		(2,82)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(7,40)	
Groupe 6	3,62	**0,86**	-0,11	**-0,86**	-0,20	66,61%	3,30	**0,86**	-0,11	**-0,86**	**-1,81**	66,61%
	(1,74)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(1,34)		(1,58)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(9,75)	
Groupe 7	**3,69**	**0,78**	0,10	**-0,41**	**-0,32**	57,12%	**3,44**	**0,78**	0,10	**-0,41**	**-1,57**	57,12%
	(2,33)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(2,06)		(2,18)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(8,73)	
Groupe 8	3,30	**0,76**	-0,01	**-0,73**	**-0,50**	57,07%	3,00	**0,76**	-0,01	**-0,73**	**-1,97**	57,07%
	(1,16)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(2,90)		(1,06)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(8,09)	
Groupe 9	-1,51	**0,71**	0,00	**-0,29**	**-0,53**	52,54%	-1,70	**0,71**	0,00	**-0,29**	**-1,51**	52,54%
	(0,87)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(3,89)		(0,98)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(10,08)	
Groupe 10	3,20	**0,61**	0,04	-0,09	**-0,26**	32,58%	3,05	**0,61**	0,04	-0,09	**-0,98**	32,58%
	(0,97)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(2,91)		(0,93)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(13,79)	

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec risque systémique (modèle II) en facteurs bruts et avec facteurs décontaminés du risque systémique (modèle III). Les valeurs du paramètre α sont exprimées en 10^{-4}. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode *SURE* de Zellner (1962) avec MCG, avec correction des t-statistiques par la méthode de Newey-West [1987].

Le modèle présenté dans ce tableau (Modèle III dans le Tableau 7) prend ainsi en compte une certaine « décontamination » des facteurs de Fama-French [1993] du facteur de risque systémique. Décontaminer les autres facteurs par rapport au facteur de risque systémique a pour but ici d'éliminer, en partie au moins, l'influence du risque systémique sur ces facteurs, et d'isoler (artificiellement) les vrais apports du risque systémique dans la relation (en éliminant une partie de la colinéarité entre les variables).

Les résultats produits dans le Tableau 7 montrent clairement que le facteur de risque systémique est important, puisqu'il ressort très significatif cette fois pour l'ensemble des dix portefeuilles.

Dans la suite, le Tableau 8 compare plus avant le MEDAFS (Modèle II du Tableau 7) à un MEDAFS dans lequel on aurait préalablement orthogonalisé les facteurs (Modèle IV du Tableau 8). Orthogonaliser les facteurs a ici pour but d'isoler plus encore l'effet final du risque systémique, en supprimant tout problème de colinéarité et en ne traitant que des variables orthogonales. Le Tableau 8 renforce nos précédents résultats, puisque, comme attendu, l'effet du risque systémique, maintenant isolé, est là encore très significatif[10].

Ainsi, il ressort au final de notre analyse que le risque systémique apparaît 1) comme significatif dans l'estimation de la relation canonique du MEDAF étendue à ce nouveau facteur et que 2) les différents facteurs traditionnels semblent interférer avec ce facteur. A l'instar de ce qu'écrivent Billio *et al.* [2014], il existerait ainsi plusieurs composantes dans les rentabilités boursières : une composante systématique et systémique (liée aux marchés en période de crise), une composante systématique et non-systémique (liée aux marchés dans des conditions « normales »), une composante spécifique et systémique (liée aux titres individuels et à leurs potentielles sensibilités propres au risque systémique), une composante spécifique et non-systémique (liée à des caractéristiques idiosyncratiques des différents titres)...

[10] Par rapport au modèle (II) du Tableau 6, les expressions des facteurs *SMB* et *HML* diffèrent dans les modèles (III) et (IV). Les coefficients affectés au facteur de marché et ceux affectés au facteur *SMB* varient aussi de manière relativement importante, plusieurs devenant significatifs (avec une inversion des groupes 7 et 8 dans le modèle (IV) par rapport au modèle (II) - due à un effet mécanique lié à la procédure de reclassement des portefeuilles par rapport au coefficient devant le facteur de marché. Bien que les expressions des facteurs soient effectivement différentes pour le facteur *HML* dans les différentes modèles, l'impact sur les coefficients est effectif, mais se fait au-delà de 10^{-2} et ils ne sont donc pas apparents dans ce Tableau.

Tableau 8 : Estimation du MEDAF et du MEDAFS avec orthogonalisation des trois facteurs du modèle de Fama-French, en utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (Méthode SURE *avec correction pour l'hétéroscédasticité).*

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique et orthogonalisation préalable des facteurs (modèle IV), selon l'équation (13), dont la forme développée est ici la suivante :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{***} + \beta_i^{***}\,\hat{\varepsilon}_{M,t} + \theta_i^{***}\hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{**} + \gamma_i^{***}\hat{\varepsilon}_{HML,t}^{**} + \varphi_i^{***}\,r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t} \quad \text{(IV)}$$

avec:

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{M,t} = r_{M,t} - \hat{b}_M r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{**} = r_{SMB,t} - \left(\hat{b}_{SMB}^{**} r_{M,t} + \hat{b}_{SMB}^{**} r_{ISRM,t}\right) \\ \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{**} = r_{HML,t} - \left(\hat{b}_{HML}^{**} r_{M,t} + \hat{b}_{HML}^{***} r_{SMB,t} + \hat{b}_{HML}^{****} r_{ISRM,t}\right). \end{cases}$$

	Modèle II (facteurs bruts)						Modèle IV (facteurs orthogonalisés)					
	α_i	β_i	θ_i	γ_i	φ_i	$\overline{R^2}$	α_i^{***}	β_i^{***}	θ_i^{***}	γ_i^{***}	φ_i^{***}	$\overline{R^2}$
Groupe 1	**5,83**	**1,12**	-0,06	**-1,15**	-0,12	70,12%	**5,53**	**1,49**	**0,28**	**-1,15**	**-2,31**	70,12%
	(2,27)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(0,45)		(2,16)	(17,23)	(2,84)	(8,02)	(6,88)	
Groupe 2	**5,77**	**1,01**	0,00	**-1,06**	-0,18	68,67%	5,49	**1,35**	**0,31**	**-1,06**	**-2,22**	68,67%
	(1,99)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(0,81)		(1,89)	(21,36)	(5,15)	(12,92)	(8,18)	
Groupe 3	3,93	**0,95**	-0,04	**-1,05**	0,12	72,10%	3,67	**1,29**	**0,27**	**-1,05**	**-1,83**	72,10%
	(1,73)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(0,54)		(1,62)	(18,15)	(5,10)	(14,80)	(7,71)	
Groupe 4	0, 82	**0,94**	-0,07	**-0,94**	-0,30	71,71%	0,58	**1,24**	**0,20**	**-0,94**	**-2,09**	71,71%
	(0,43)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(1,92)		(0,30)	(20,22)	(3,11)	(11,90)	(12,02)	
Groupe 5	**6,42**	**0,88**	0,03	**-0,71**	-0,05	60,41%	3,40	**1,14**	**0,15**	**-0,86**	**-1,81**	66,61%
	(2,95)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(0,26)		(1,63)	(23,12)	(2,47)	(14,52)	(9,75)	
Groupe 6	3,62	**0,86**	-0,11	**-0,86**	-0,20	66,61%	**6,19**	**1,11**	**0,24**	**-0,71**	**-1,66**	60,41%
	(1,74)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(1,34)		(2,86)	(18,54)	(3,97)	(11,32)	(7,40)	
Groupe 7	**3,69**	**0,78**	0,10	**-0,41**	**-0,32**	57,12%	3,09	**1,00**	**0,21**	**-0,73**	**-1,97**	57,07%
	(2,33)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(2,06)		(1,09)	(18,86)	(3,58)	(8,34)	(8,09)	
Groupe 8	3,30	**0,76**	-0,01	**-0,73**	**-0,50**	57,07%	**3,49**	**0,91**	**0,21**	**-0,41**	**-1,57**	57,12%
	(1,16)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(2,90)		(2,20)	(12,02)	(3,36)	(4,34)	(8,73)	
Groupe 9	-1,51	**0,71**	0,00	**-0,29**	**-0,53**	52,54%	-1,67	**0,80**	0,08	**-0,29**	**-1,51**	52,54%
	(0,87)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(3,89)		(0,96)	(15,64)	(1,67)	(3,92)	(10,08)	
Groupe 10	3,20	**0,61**	0,04	-0,09	**-0,26**	32,58%	3,06	**0,64**	0,06	-0,09	**-0,98**	32,58%
	(0,97)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(2,91)		(0,93)	(13,82)	(1,66)	(1,39)	(13,79)	

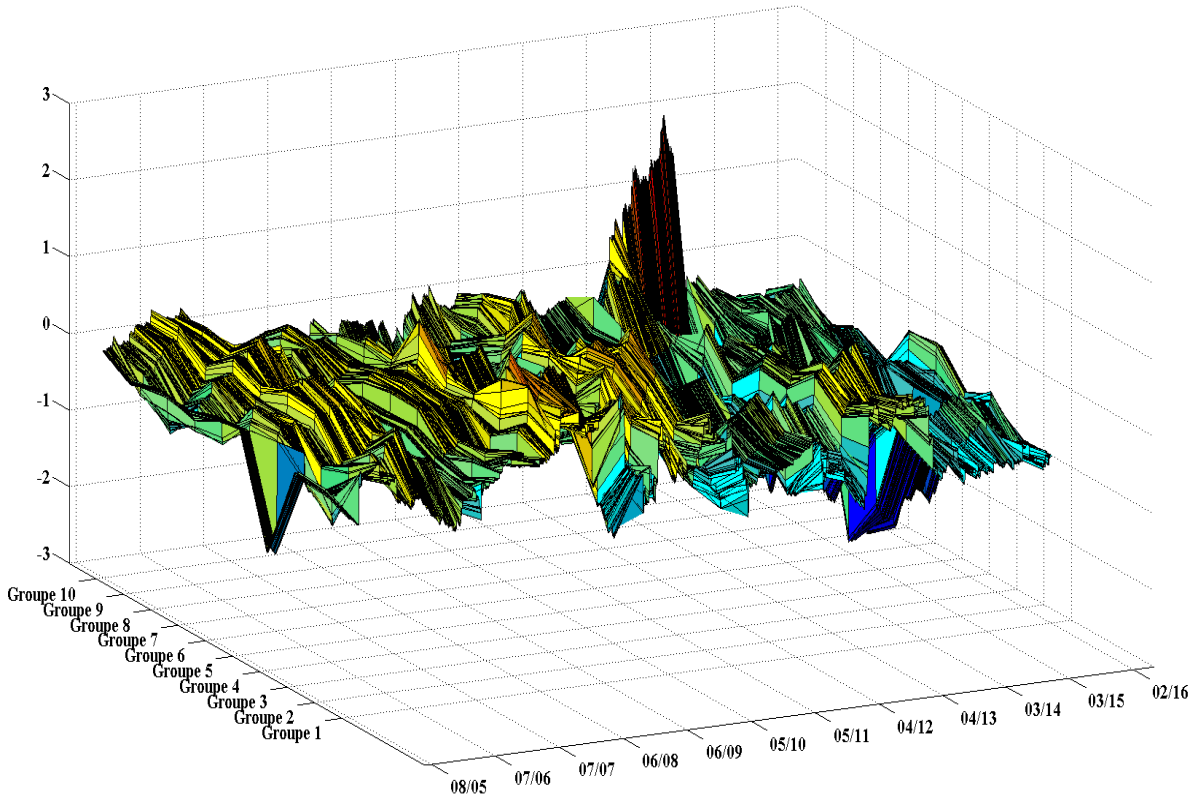
Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec risque systémique (modèle II) en facteurs bruts et avec facteurs orthogonalisés (modèle IV). Les valeurs du paramètre α sont exprimées en 10^{-4}. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode *SURE* de Zellner (1962) avec MCG, avec correction des t-statistiques par la méthode de Newey-West [1987].

A titre d'illustration et afin de mieux appréhender le comportement des institutions financières face au risque systémique global, le graphique 11 présente les dynamiques des sensibilités au risque systémique (Panel A), celles de leurs t-statistiques (Panel B) et

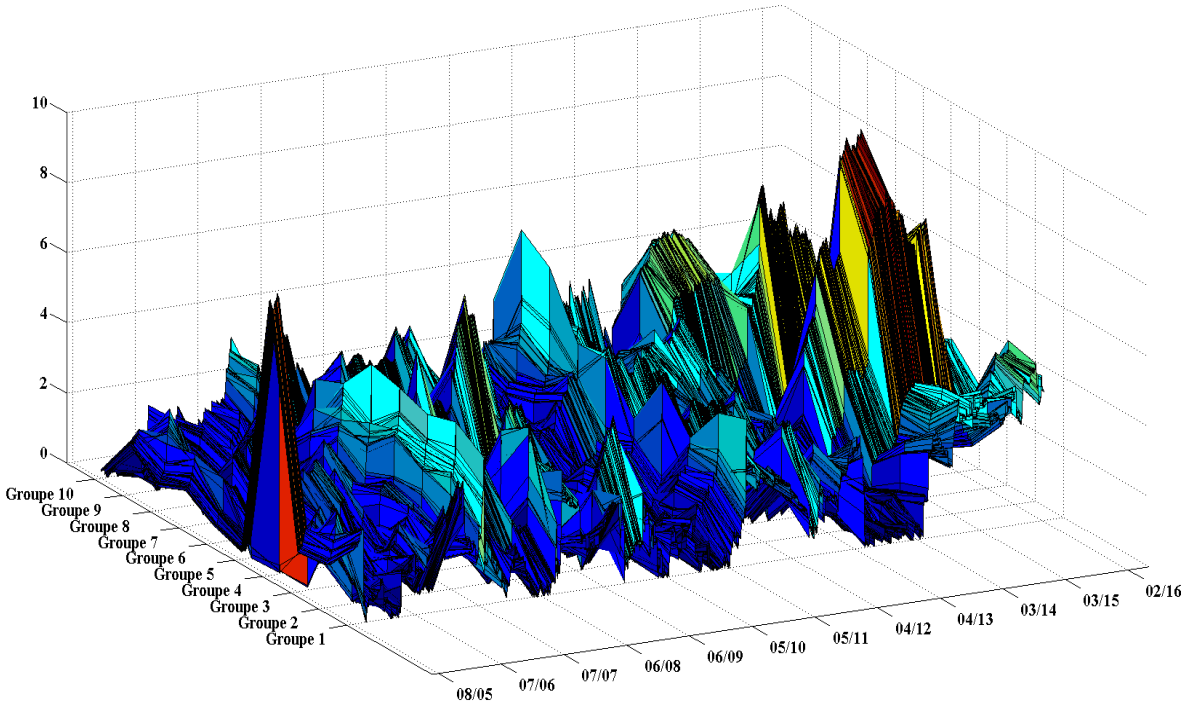
celles du pouvoir explicatif (Panel C) du MEDAFS pour les dix portefeuilles construits selon la méthode de Black *et al.* [1972] (*Cf. infra* et Tableau 8). On constate globalement sur toute la période que la plupart des portefeuilles sont impactées négativement par le risque systémique (Panel A, à quelque exception notable), qui est très significatif (globalement supérieur à 1,96 : Panel B) et que le MEDAFS a un certain pouvoir explicatif global Panel C). On constate (Panel C) que les R^2 du MEDAFS montent très significativement pour tous les portefeuilles dès 2005 et jusqu'en 2009, pour rester haut sur la suite de la période (jusqu'en 2016).

Graphique 11 : Dynamique du MEDAFS au cours de la période pour les dix groupes de portefeuilles

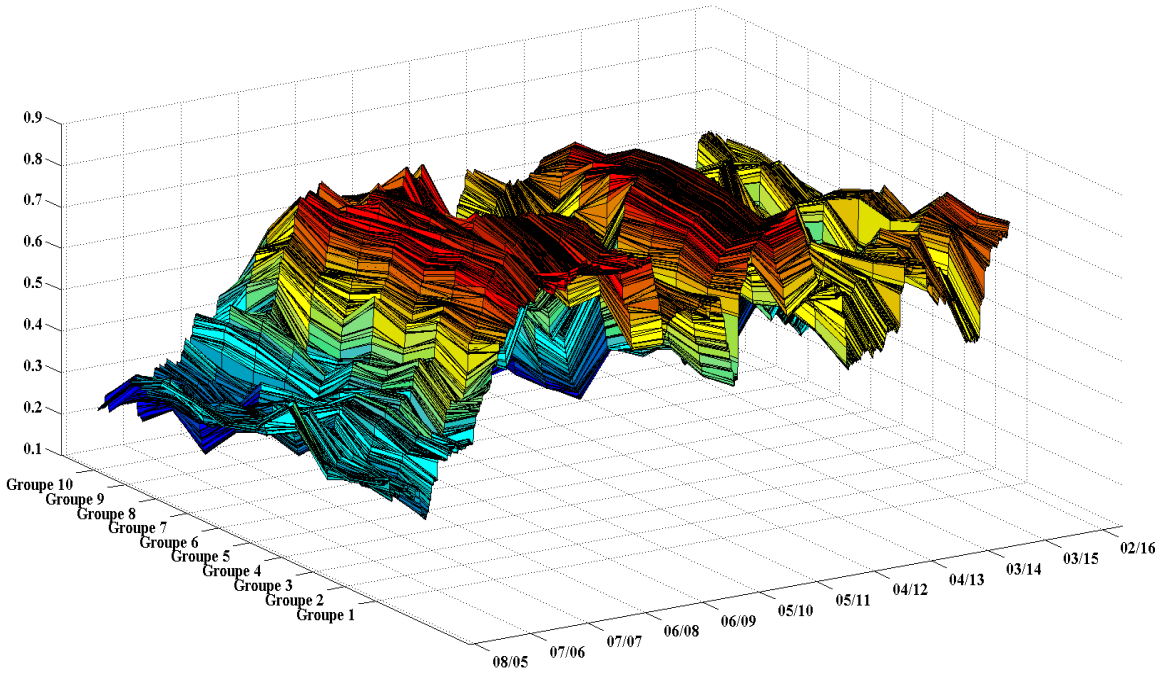
Panel A : Evolution de la sensibilité au risque systémique



Panel B : Evolution de la significativité de la sensibilité au risque systémique



Panel C : Evolution du R²

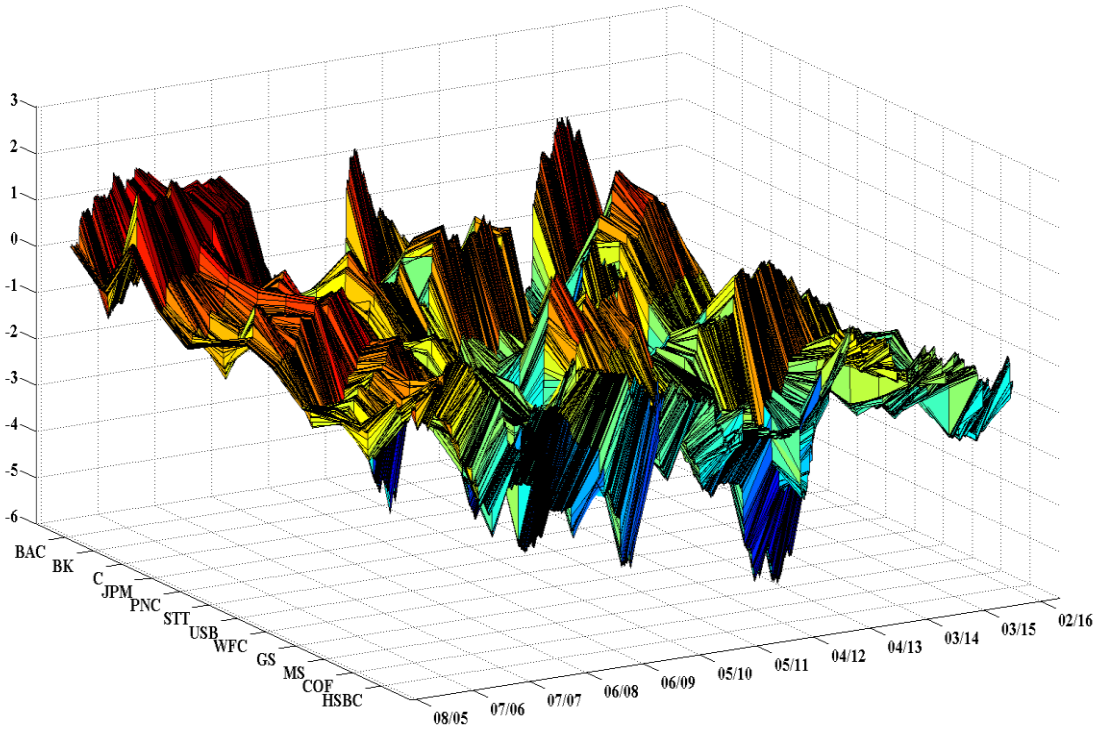


Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Les Panel A et Panel B représentent respectivement l'évolution de la sensibilité au risque systémique et sa significativité. Le Panel C quant à lui, représente l'évolution du R^2. Les dynamiques sont calculées en récursif sur l'ensemble de la période pour les dix groupes de portefeuilles.

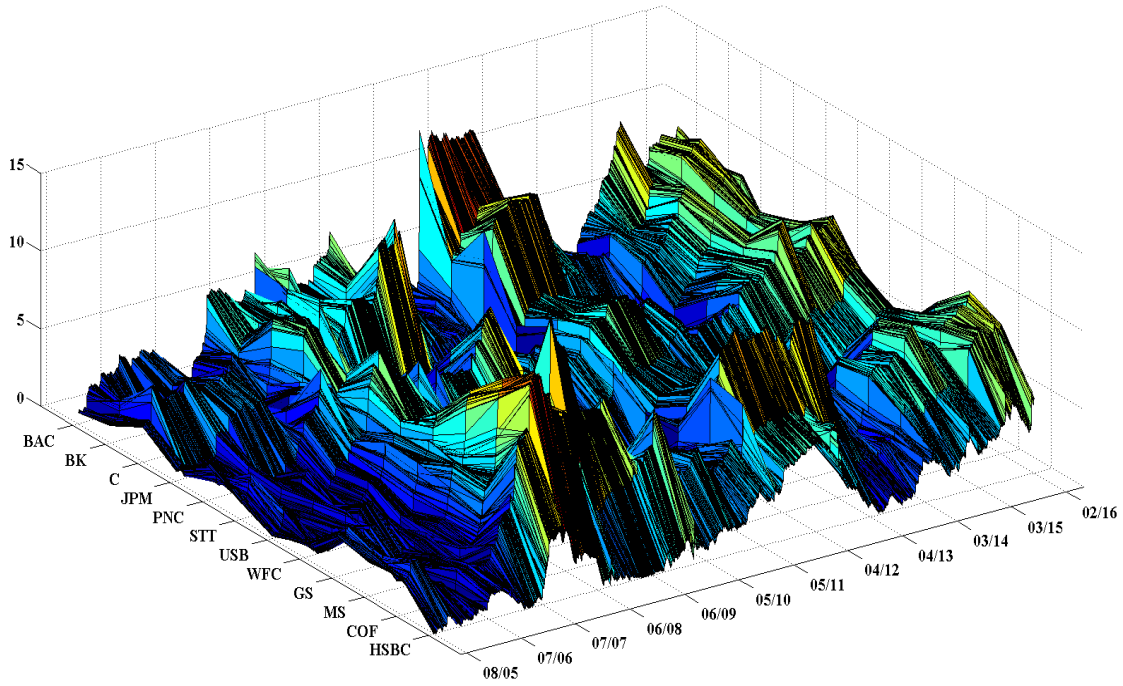
Enfin, le graphique 12 ci-dessous représente le même phénomène concernant les dynamiques des sensibilités au risque systémique (Panel A), celles de leurs t-statistiques (Panel B) et celles du pouvoir explicatif (Panel C) du MEDAFS, cette fois pour les douze *BHC* (pour « *Bank Holding Companies* »), répertoriées comme *G-SIB* par l'*Office of Financial Research* (*OFR*) en 2013 et détectées ainsi comme Institutions Financières d'Importance Systémique (*Cf.* infra, dernière section). Le constat, individuel ici, est le même sur toute la période et pour chaque institution financière : celles-ci sont pour la plupart impactées négativement par le risque systémique (Panel A), qui est très significatif (globalement supérieur à 1,96 : Panel B), particulièrement sur certaines périodes notamment en période de crise, comme par exemple lors de la crise de 2008-2009 où les R^2, globalement supérieur à 30%, sont les plus élevés (Panel C).

Graphique 12 : Dynamique du MEDAFS au cours de la période pour les 12 BHC *identifiées comme IFIS*

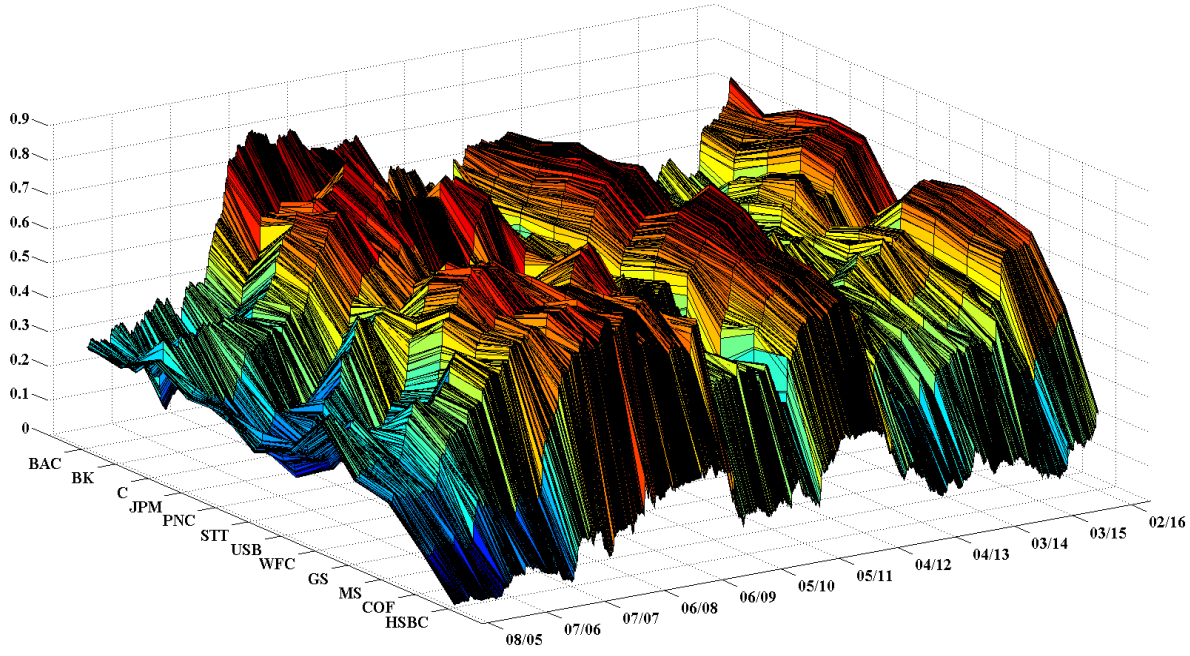
Panel A : Evolution de la sensibilité au risque systémique



Panel B : Evolution de la significativité de la sensibilité au risque systémique



Panel C : Evolution du R²



Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Les Panel A et Panel B représentent respectivement l'évolution de la sensibilité au risque systémique et sa significativité. Le Panel C quant à lui représente l'évolution du R^2. Les dynamiques sont ici calculées en récursif à partir de 2005 et sur l'ensemble de la période, pour les douze *BHC* identifiées comme IFIS par l'*OFR* en 2013 (*Cf.* la liste des *Tickers* en annexe : BAC, BK, C, JPM, PNC, STT, USB, WFC, GS, MS, COF et HSBC).

Une fois la validation du MEDAFS effectuée, nous proposons dans la suite une application originale de ce modèle, à travers l'identification et le classement des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS).

DE LA DETERMINATION ET LE CLASSEMENT DES IFIS A PARTIR DU MEDAFS

La crise mondiale débutée en 2007 a mis en exergue la nécessité de renouveler les approches de régulation, jusque-là essentiellement micro-prudentielles, en lui ajoutant une dimension macro-prudentielle. L'objectif est ici de corriger certaines défaillances des marchés financiers, dont le risque global n'est pas seulement l'agrégation des risques individuels relatifs aux différentes institutions qui le compose. Le risque ultime qui pèse sur le système financier est ainsi systémique, car il conduirait en cas de réalisation extrême à l'effondrement du système dans son ensemble, du fait des interdépendances et interactions complexes qui unissent ses composantes.

Ainsi, la politique macro-prudentielle trouve sa pleine justification dans le constat que la régulation micro-prudentielle (telle que présentées dans les accords de Bâle par exemple), bien que nécessaire, n'est pas suffisante pour garantir la stabilité d'ensemble du système financier. En effet, certains aspects de la régulation micro-prudentielle, qui visent à surveiller et à protéger les institutions individuelles, peuvent paradoxalement déstabiliser le système financier dans sa totalité du fait de leur pro-cyclicité (Daníelsson [2002] ; Hanson *et al.* [2011]). A titre d'exemple, des ratios de fonds propres minimums fixés indépendamment du déroulement du cycle d'activité peuvent être une source de risque systémique. Le respect, coûte que coûte, de ces ratios sont en effet susceptibles de pousser les institutions à se désendetter et à vendre des actifs risqués dans les mauvais états de la nature, dans des conditions souvent peu avantageuses pour elles dans le cadre de « vente forcées » (*Fire Sales* en anglais - *Cf., e.g.*, Cont et Wagalath [2013]), tendant à faire chuter les prix et à aggraver ainsi la crise dans un espèce de cercle vicieux. Dans certaines conditions, ces actions aboutiraient non pas à augmenter les fonds propres des

institutions pour satisfaire aux ratios prudentiels, mais au contraire à fragiliser encore plus ces mêmes institutions. Ainsi, la dimension endogène des risques pesant sur le système financier résulte du comportement collectif des agents et des institutions financières, et le risque systémique n'est pas seulement la résultante de la somme des risques individuels mesurés en dehors de toute autre considération.

Parmi les récentes initiatives en matière de régulation macro-prudentielle, un effort particulier a été dernièrement consacré à la détection des IFIS. Pendant longtemps, identifier les institutions d'importance systémique revenait simplement à apprécier la taille du bilan des banques dans une logique de type « trop-grosse-pour-faire-faillite » (en anglais « *too-big-to-fail* »). Il n'était pas en effet sans conséquence évidente de laisser une grande institution faire faillite, ce qui interdisait de fait sa faillite. Mais la dernière crise de 2007-2008 a mis en évidence d'autres sources de fragilité du système : elle a montré notamment que certains établissements très (trop) interconnectés faisaient peser aussi un risque sur le système financier dans son ensemble.

Une limite supplémentaire concerne l'applicabilité de ces mesures. Le risque systémique ne se limite pas aux seules banques, mais concerne l'ensemble des institutions financières intervenant sur le marché (les compagnies d'assurance, les fournisseurs d'infrastructures de marché, les gérants d'OPCVM, *etc.*). Or la plupart des mesures ont été conçues pour des institutions financières cotées (institutions financières et compagnies d'assurance). Des exemples montrent que certaines institutions, non cotées, font courir autant, voir plus de risque au système que d'autres qui sont elles cotées. A l'inverse, la mesure du risque systémique faite à partir d'informations privées est peut-être plus complète, mais la difficulté de consolider un certain nombre de positions la rend particulièrement sensible au risque de modèle. Par ailleurs, de grandes entreprises, non-financières, seraient signaler comme systémiques si les critères usités leur étaient appliqués. Enfin, certaines particularités organisationnelles d'institutions financières nationales (en France notamment) ont pour conséquences de mettre en avant leur risque systémique important.

Nous devons aussi nous interroger sur le comportement stratégique optimal du régulateur, au sens de la théorie des jeux, qui se retrouve en quasi conflit d'objectifs lorsqu'il doit évaluer le risque systémique et la fragilité des institutions financières. Celui-ci est pris entre la tentation d'être sévère pour être crédible et la tentation de ne pas l'être

pour éviter de créer lui-même un scenario de stress. De même, certains pourraient s'interroger, quelle que soit l'approche retenue pour identifier une institution systémique, sur l'utilité de publier officiellement une liste d'institutions systémiques. Cette publication rend plus explicite un sauvetage en cas de défaillance et rassure certes les marchés ; elle exacerbe toutefois le problème potentiel d'aléa moral (Bongini *et al.* [2015]). Certains auteurs (*e.g.* Moenninghoff *et al.* [2016]) montrent ainsi que la désignation officielle des banques comme « systémiquement importantes » a été suivie par une augmentation de leur valeur de marché. Cet avantage en termes de coût de financement est évalué par certains auteurs, même si l'exercice est difficile et périlleux, à quelques dizaines de points de base avant la crise, avec une augmentation nette et significative de cette prime après la crise (*e.g.* Ueda et Weder di Mauro, [2013]). Cette sorte de « garantie implicite » se traduit ainsi par une subvention (cachée et pour d'aucun indue) aux institutions systémiques en particulier, et au système financier dans son ensemble en général. Pire encore, les produits financiers conçus et les opérations initiées par les entités désignées comme systémique voient leur risque perçu diminuer, ce qui réduit, en apparence du moins, le risque global du système et renforce la position de marché de l'institution. Il existerait ainsi une prime à être systémique.

Néanmoins, dans un cadre où certains effets pervers sont sous contrôle (limitation de l'incitation à prendre des risques) et l'existence de lacunes relatives bien identifiée (absence de cotation de certains acteurs, régulation du secteur de l'assurance, effet potentiels dans d'autres branches d'activité que celle strictement financière, existence de *shadow banking*, qualité de l'information collectée...), les avantages d'une mise en application transparente et systématique, sur des critères admis, d'une régulation pertinente, nous semblent d'une plus grande importance en comparaison d'éventuelles effets néfastes de la mise en place de cette surveillance (Le Pan [2016]). C'est aussi dans son contexte que nous proposons dans la troisième partie, une méthodologie claire, justifiée, transparente et évolutive, visant à détecter les institutions financières susceptibles de fragiliser le système.

Ainsi, l'objectif final est désormais de détecter les IFIS sur un ensemble de critères (*e.g.,* Das [2016]), en vue de leur appliquer des mesures de supervision spécifiques qui visent à réduire les risques engendrés par ces institutions, et à limiter l'aléa moral qui résulte de la potentielle garantie publique implicite que reçoivent les institutions parfois

perçues comme « trop grosses, trop spéculatives, trop complexes et/ou trop interconnectées ».[11]

Dans la prochaine sous-section, nous proposons dans ce cadre une application originale du MEDAFS, qui consiste à mesurer l'importance d'une institution financière au travers de sa sensibilité au facteur de risque systémique.

QU'EST-CE QU'UNE INSTITUTION FINANCIERE D'IMPORTANCE SYSTEMIQUE ?

L'importance systémique d'une institution devrait être expliquée à travers le risque que la possible faillite de celle-ci conduise à l'effondrement du système. Les grandes banques, les compagnies d'assurance, les systèmes de paiement au niveau des contreparties, les sociétés financières et les fonds d'investissement sont des exemples naturels de candidats potentiels pouvant être considérés comme des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). Afin de pouvoir déterminer quelles institutions peuvent être actuellement considérées comme des IFIS, il est toutefois nécessaire de définir quelles sont les caractéristiques principales du risque systémique et comment les mesurer.

Comme évoqué précédemment, le principe du « *too-big-to-fail* » était dominant jusqu'à récemment. En effet, une institution financière était considérée comme systémique par le simple fait de constater sa taille. Cependant, d'autres caractéristiques comme le « *too-interconnected-to-fail* », l'effet de levier, l'exposition au marché, les états conditionnels du marché, la taille et la complexité d'une institution doivent être prises en compte pour juger si celle-ci est ou non une IFIS. Ces différents aspects sont cruciaux et c'est la raison pour laquelle plusieurs mesures du risque systémique ont récemment émergées de la littérature académique comme évoqué dans la première section de cet article. Jusqu'à récemment, ces mesures ont été implémentées séparément, en dépit du fait que le risque systémique est clairement un phénomène multidimensionnel.

[11] A titre d'information, voir les propositions résultant du « *CFP SIFI Challenge 2016* » lancé par le *MIT Center for Finance and Policy* (*MIT CFP*), ayant pour objectif d'améliorer la définition et l'identification des IFIS : http://cfpweb.mit.edu/BackgroundInformation/.

Plus généralement, on peut distinguer deux approches traditionnelles pour déterminer si une institution financière est une IFIS ou non : les méthodes relatives à la construction d'indicateurs et les méthodes relatives à la modélisation du risque systémique.

La première approche fait état de facteurs liés à la contribution d'une institution au risque systémique, et repose sur un score *ad hoc* qui est utilisé pour déterminer si cette institution est une IFIS. Par exemple, les mesures basées sur la taille d'une institution et sa résilience aux échéances de dettes de courte maturité, peuvent être pondérées et combinées afin d'obtenir un score du risque systémique lié à cette institution. Si le score d'une institution est au-dessus d'un certain seuil, alors elle sera identifiée comme étant une IFIS. Une question importante est de se demander comment de tels critères devraient être choisis, mesurés, et pondérés pour différents types d'institutions financières.

La seconde approche tient à la modélisation des différentes interconnexions entre les institutions. Les modèles sont calibrés en utilisant des données et des scénarios de crise simulés afin d'estimer l'ampleur des pertes potentielles et les effets de contagion entre les institutions. Ces estimations sont ainsi utilisées pour déterminer la contribution d'une institution aux pertes liées à un événement systémique et son statut en tant que IFIS.

Actuellement, les régulateurs emploient typiquement les approches liées à la construction d'indicateurs pour identifier les IFIS. Ces modèles sont considérés comme étant les plus simples à administrer. Bien qu'une approche de modélisation complète des interconnexions entre les institutions soit considérée comme n'étant pas encore réalisable à ce stade (car trop complexe à mettre en œuvre), la combinaison des techniques ou l'incorporation de résultats de modèles comme facteurs dans un modèle d'indicateurs devrait aider à combler le vide entre ces deux approches traditionnelles.

Nous proposons ainsi dans la section suivante une autre approche, complémentaire, qui vise à mesurer la sensibilité effective de telle ou telle institution au risque systémique global, tel que mesurée par notre indice (*ISRM*) comme définit dans notre première section, dans le cadre du MEDAFS présenté dans la deuxième section de cet article. Cette sensibilité au risque nous servira de *proxy* de l'importance systémique de cette institution et il permettra d'établir un classement des IFIS comme expliqué dans les sections suivantes.

METHODOLOGIE D'IDENTIFICATION DES IFIS SELON LE MEDAFS

Notre méthodologie comporte ainsi 5 étapes. Tout d'abord (*Cf.* la première section de l'article), un panel de mesures de risque systémique est calculé, qui mettent toutes l'accent sur les différents aspects du risque systémique qui caractérisent les institutions financières. Deuxièmement, nous regroupons les informations extraites à partir de ce panel défini lors de la première étape, en utilisant la technique de réduction de dimension, à savoir l'ACPP. Une fois que nous avons identifié les principales composantes du modèle, nous procédons, dans la troisième étape, à la construction d'un indice agrégé des mesures de risque systémique (dénommé *ISRM*) en utilisant une somme pondérée particulière de ces composantes, reliant le choix final de l'ACPP déterminé par le plus fort lien possible des variations extrêmes de l'indice et du PIB futur. Plus précisément, nous évaluons lequel des indices (parmi les différents candidats potentiels) peut être considéré comme le meilleur indicateur avancé des chocs sur l'activité économique résultant d'un choc systémique. Nous utilisons pour cela le test de causalité extrême de Hong *et al.* [2009]. Quatrièmement, nous ajoutons l'*ISRM* optimal dans le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] et nous obtenons une nouvelle prime de risque : la prime de risque systémique. C'est alors, cinquième étape, que nous obtenons la sensibilité (et sa significativité) qui nous donnent un critère de classement objectif de l'importance systémique des institutions financières. Ainsi, plus la sensibilité au risque systémique est élevée pour un seuil de significativité donné, et plus l'institution financière aura un caractère systémique d'importance.

Bien sûr, des distinctions entre les institutions d'importance systémique au niveau national par rapport à celles d'importance systémique au niveau global devraient être prévues et peuvent être obtenues à la fois 1) en sélectionnant les institutions (et l'indice de marché) à partir d'un marché mondial ou national ou d'un secteur économique spécifique, et 2) en construisant un indice basé sur des mesures de risque systémique pertinentes pour le marché étudié.

On notera également ici que la désignation des IFIS selon cette méthodologie n'est pas figée dans le temps. Ainsi, une institution financière ayant une sensibilité qui augmente (ou qui baisse) sensiblement, pourrait de changer : devenir IFIS (et être mise

sous surveillance) si elle ne l'était pas avant, ou ne plus être IFIS si elle l'était avant. Au gré des conditions de marché (et du niveau global du risque systémique), et suite aux actions entreprises qui conduisent à réduire ou augmenter les risques, la désignation de IFIS pourrait être rendu dynamique, claire et explicite. Notons aussi que toutes les données utilisées sont publiques et que la méthodologie est facile à implémenter. Le modèle et la méthodologie pourraient ainsi être exécutés chaque trimestre (chaque année), et le classement adapté aux nouvelles conditions du marché et aux situations précises des institutions financières.

Classer les potentielles IFIS par leurs sensibilités au risque systémique doit, évidemment, prendre en compte le niveau de significativité des sensibilités. Mais, la sévérité de la significativité retenue (0,1%, 1, 5%, 10%...) doit aussi être adaptée aux conditions du marché et aux ressources des organismes de réglementation. Dans notre proposition, un certain pourcentage des principales IFIS classées en fonction de l'importance de leurs sensibilités au risque systémique devra être choisi (60% dans notre test), de manière à ne se focaliser que sur les plus systémiques. Par exemple, si le niveau de confiance est fixé à 0,1% pour déterminer la significativité des sensibilités[12] (seuil extrêmement sévère), et si le pourcentage des institutions à suivre est fixé à 60% des institutions significatives, 32 IFIS sont identifiées sur notre échantillon. Dans ce cas, les plus importantes IFIS détectées par l'*Office of Financial Research* (*OFR*)[13] sont présentes dans l'échantillon des IFIS signalées par notre méthodologie.

La principale idée derrière cette méthodologie est que si les régulateurs peuvent imposer une réduction des mesures de risque systémique à chaque institution détectée comme des IFIS et suivie dans un processus de contrôle, alors l'indice de risque systémique, et donc le risque systémique global, diminueront également. En agissant sur les principaux contributeurs de l'indice, les autorités pourraient ainsi réduire le risque global, et donc, en retour, les risques et sensibilités des différents intervenants, jusqu'à obtenir un risque global jugé raisonnable et supportable par le système dans son ensemble. Ceci en concentrant les forces du régulateur, forcément limitées, sur les principales sources de risque systémique.

[12] Il n'y a pas de différence entre les résultats obtenus avec des seuils 0,1% à 1% de significativité ; une très faible et une faible pour les seuils 5% et 10% (*Cf.* Tableau 10).
[13] Avec l'importante différence de HSBC (*Cf.* Graphique 10).

Le nombre d'IFIS selon nous, devrait être 1) suffisamment grand pour éviter de négliger un acteur important ; 2) assez grand pour pouvoir contrôler le risque global en imposant des restrictions marginales sur les différents aspects du risque systémique mesurés pour un sous-ensemble d'institutions (les IFIS) ; 3) évolutif de manière rationnelle et transparente pour limiter l'aléa moral ; et 4) sans être trop grand toutefois pour utiliser de manière efficace les ressources des régulateurs.

Nous présentons dans la suite une application de notre méthodologie et une comparaison avec le classement établi par l'*OFR* en 2013.

QUELQUES RESULTATS EMPIRIQUES : INDENTIFIER ET CLASSER LES INSTITUTIONS FINANCIERES D'IMPORTANCE SYSTEMIQUE

Dans cette sous-section, nous appliquons notre méthodologie de classement des IFIS sur les différentes institutions américaines de notre base de données.

Dans le Tableau 9, sont reportés les résultats des estimations du MEDAFS. Afin de définir si une institution est une IFIS ou non, l'estimation des sensibilités dans la relation canonique du MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] se fait à la fois par Moindres Carrés Ordinaires (MCO) et par la méthode *SURE* de Zellner [1967]. Ce tableau représente les 60% des institutions financières ayant une sensibilité au risque systémique la plus grande. Comme indiqué ci-dessus, nous trouvons 32 IFIS pour un seuil de significativité à 0,1%, sur un sous-ensemble de 54 institutions financières importantes sur les 60 de l'échantillon cylindré de la base de Brownlees et Engle [2012]. Autrement dit sur les 60 institutions de notre échantillon cylindré, seules 6 ne sont pas sensibles significativement au risque systémique global dans nos tests. En décidant de n'en suivre que 60% d'entre elles (les plus sensibles), nous aurions alors 32 IFIS détectées.

*Tableau 9 : Estimation du modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] avec un facteur de risque systémique additionnel (*ISRM*) appliqué aux 12 IFIS sélectionnées par l'*OFR

Dans le tableau ci-dessous sont représentées les estimations du MEDAFS régit par l'équation : $r_i = \alpha_i + \beta_i\, r_M + \theta_i r_{SMB} + \gamma_i\, r_{HML} + \varphi_i\, r_{ISRM,t} + \varepsilon_i$. (II)

MEDAFS (II)						
	α_i	β_i	θ_i	γ_i	φ_i	$\overline{R^2}$
JPM	1,62	**1,30**	**-0,31**	**-0,11**	**-2,76**	59,09%
	(0,33)	(61,15)	(6,68)	(2,19)	(27,45)	
CITIGROUP	**1,56**	**1,64**	**-0,37**	**0,06**	**-2,48**	45,36%
	(3,13)	(76,35)	(8,06)	(1,31)	(25,19)	
BAC	-2,16	**1,64**	**-0,11**	-0,05	**-3,17**	47,79%
	(0,44)	(79,06)	(2,38)	(1,05)	(32,68)	
WFC	1,34	**1,28**	**-0,25**	**-0,34**	**-2,98**	48,34%
	(0,27)	(61,44)	(5,52)	(6,91)	(29,63)	
GS	3,62	**1,21**	**-0,14**	0,03	**-1,34**	54,87%
	(0,73)	(55,31)	(3,06)	(0,66)	(13,79)	
MS	-0,56	**1,88**	0,08	**0,18**	**-1,70**	52,54%
	(1,13)	(88,34)	(1,76)	(3,70)	(17,30)	
USB	-0,22	**1,09**	**-0,23**	**-0,31**	**-2,26**	51,42%
	(0,04)	(50,42)	(5,01)	(6,54)	(22,43)	
PNC	-9,10	**1,14**	**-0,29**	**-0,16**	**-2,18**	45,40%
	(1,83)	(53,77)	(6,37)	(3,37)	(21,92)	
BK	0,64	**1,35**	-0,05	**-0,35**	**-1,69**	58,45%
	(0,13)	(61,94)	(1,14)	(7,31)	(16,95)	
HSBC	7,21	**1,00**	**-0,12**	0,01	**-0,46**	59,33%
	(1,45)	(48,04)	(2,57)	(0,23)	(4,52)	
STT	-3,58	**1,47**	**-0,09**	**-0,26**	**-0,85**	47,74%
	(0,87)	(67,66)	(2,04)	(5,45)	(8,58)	
COF	-2,73	**1,50**	**-0,23**	0,02	**-2,18**	49,16%
	(0,67)	(67,59)	(5,08)	(0,43)	(21,77)	

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 03/09/2003 to 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec prise en compte du risque systémique (modèle II) pour l'ensemble des 12 *Bank Holding Companies (BHC)* listées par l'*OFR*. Les valeurs du paramètre α sont exprimées en 10^{-4}. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode *SURE* de Zellner (1962) avec MCG.

Le Tableau 10 donne le nombre d'IFIS détectées pour un seuil de significativité donné selon deux méthodes d'estimation : les MCO et la méthode *SURE* de Zellner [1962]. Les différents seuils retenus sont 0,1%, 1, 5% et 10%. Ces seuils sont arbitraires

et peuvent être adaptés aux conditions du marché et aux ressources des organismes de réglementation. Dans cette proposition, un certain pourcentage des principales IFIS classées en fonction de l'importance de leurs sensibilités au risque systémique est fixé à 60% de manière à ne se focaliser que sur les plus systémiques. Plus la contrainte sur la significativité est lâche (passant donc de 0,1% à 10%), et, naturellement, plus le nombre d'IFIS détectées est important. Par exemple, si le niveau de confiance est fixé à 0,1% pour déterminer la significativité des sensibilités (seuil extrêmement sévère), et si le pourcentage des institutions à suivre est fixé à 60% des institutions significatives, alors 46 IFIS sont identifiées (si nous utilisons les MCO) et 32 (pour la méthode *SURE*) IFIS. Dans la dernière colonne du tableau, le niveau de confiance est fixé à 10% pour déterminer la significativité des sensibilités (seuil peu sévère) : 54 (MCO) et 34 (*SURE*) IFIS sont respectivement identifiées.

Tableau 10 : Nombre d'IFIS détectées pour un seuil de significativité donné

	IFIS pour 0,1% de significativité		IFIS pour 0,5% de significativité		IFIS pour 1% de significativité		IFIS pour 5% de significativité		IFIS pour 10% de significativité	
Méthode d'Estimation	MCO	*SURE*	MCO	*SURE*	MCO	*SURE*	MCO	*SURE*	MCO	*SURE*
Institutions financières significatives	46	32	49	32	51	32	53	34	54	34
Percentile des institutions financières les plus significatives (60%)	27	19	29	19	30	19	31	20	32	20
En pourcentage par rapport à l'échantillon global	45%	32%	48%	32%	50%	32%	52%	33%	53%	33%

Source : *Bloomberg*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données composée de 60 institutions financières américaines en données quotidiennes du 03/09/2003 to 24/06/2014. Calculs des auteurs. Ce tableau fourni le nombre d'IFIS détectées par notre méthodologie en fixant un percentile de 60% pour différents niveaux de significativité selon que l'estimation du modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] étendu au risque systémique, se fait au moyen des MCO ou de la méthode *SURE* proposée par Zellner [1962]. Le tableau est constitué de 5 colonnes indiquant les seuils 0,1%, 0,5%, 1%, 5% et 10%. La première ligne indique la méthode d'estimation, la deuxième indique le nombre d'institutions financières significatives, la troisième ligne indique le nombre d'institutions financières retenues à partir du percentile choisi (60% ici) et la dernière ligne donne le pourcentage des institutions retenues sur le total l'ensemble des institutions.

Les IFIS listées par l'*OFR* sont au nombre de 12 « *Bank Holding Companies* » (*BHC*), comme reporté dans le Tableau 11 ci-dessous, qui en fournit le classement ordonné selon leur score systémique établi par l'*OFR*. Les 8 *BHC* (en gris) sont définies comme étant des « *Global Systemically Important Banks* » (*G-SIB*). Dans ce tableau, nous comparons le classement de l'*OFR* en 2013 au classement obtenu à partir du MEDAFS sur 3 périodes 01/2013-12/2013, 2003-2013 et 2003-2014. Le Panel A fourni le classement de chaque *G-SIB*. Ce classement évolue au cours du temps, avec toutefois de fortes similarités entre les classements pour chaque institution financière selon les périodes. Plus précisément, le Panel B fourni les corrélations de rang de Spearman (ρ), Kendall (τ) et Pearson (γ) sur ces 3 périodes pour les deux classements (*OFR versus* notre méthodologie). Ces différentes corrélations indiquent que, s'il existe une certaine proximité entre les deux classements, ils sont néanmoins différents quand on prend en compte l'ensemble des différentes institutions financières.

Tableau 11 : Comparaison des classements des IFIS

Panel A : Comparaison des classements sur trois périodes

BHC	Classement *OFR*	Classement effectué à partir du MEDAFS		
	2013	2013	2003-2013	2003-2014
JPM	1	4	4	3
CITIGROUP	2	1	3	4
BAC	3	7	1	1
MS	4	3	10	8
GS	5	2	8	10
WFC	6	8	2	2
BK	7	9	9	9
STT	8	11	11	11
HSBC	9	12	12	12
USB	10	10	6	5
PNC	11	6	7	6
COF	12	5	5	7

Tableau 11 : Comparaison des classements des IFIS (suite)

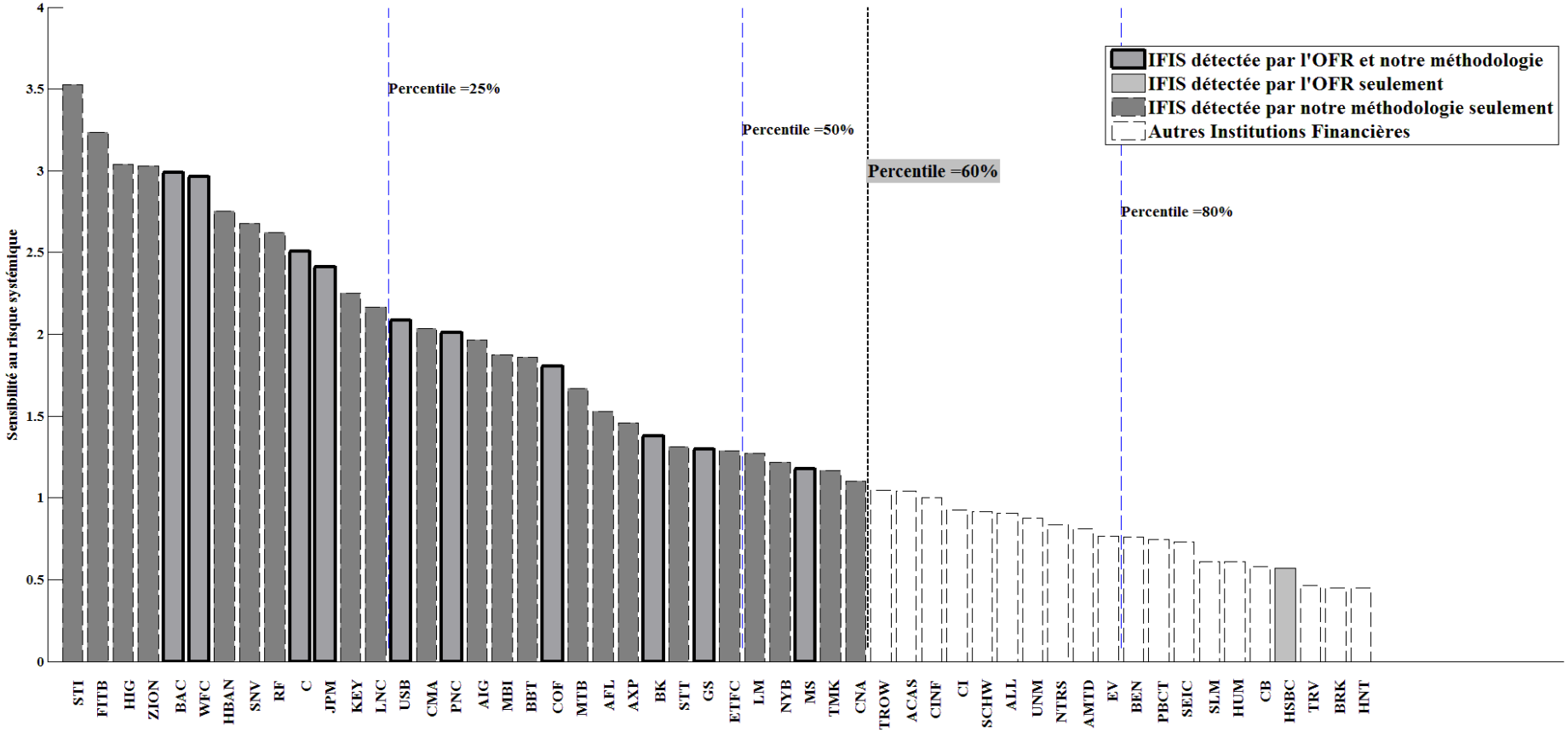
*Panel B : Corrélations avec le classement de l'*OFR

	01/2013-12/2013			2003-2013			2003-2014		
Corrélations*	ρ	τ	γ	ρ	τ	Γ	ρ	τ	γ
Valeurs	0,52	0,36	0,52	0,38	0,21	0,38	0,42	0,33	0,42

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base des 12 BHC en données quotidiennes du 03/09/2003 to 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le Panel A donne les classements de l'*OFR* en 2013 en comparaison avec les classements obtenus par le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] étendu au risque systémique pour 3 périodes (01/2013-12/2013), 09/2003-12/2013 et 01/2003-06/2014. Le Panel B renseigne sur les similarités des classements, au travers des corrélations entre le celui de l'*OFR* en 2013 et ceux obtenus *via* le MEDAFS pour les 3 périodes (*ρ : Spearman ; τ : Kendall ; γ : Pearson).

Le graphique 13 ci-dessous fourni la comparaison entre les IFIS désignées par l'*OFR* en 2013 et celles détectées en utilisant notre méthodologie pour un percentile fixé à 60% des IFIS classées par leurs sensibilités au risque systémique à un niveau de significativité établi à 0,1%. En gris foncé sont représentés le percentile des IFIS détectées par notre méthodologie (60% ici, soit 32 institutions financières). En blanc sont représentés les institutions financières n'appartenant pas à ce percentile. Les barres en gris clair sont représentées les IFIS détectées seulement par l'*OFR*. Les bars en gris (mi- foncé, encadré de noir) représentent les IFIS détectées à la fois par l'*OFR* et par notre méthodologie sur la période du 03/09/2003 au 24/06/2014.

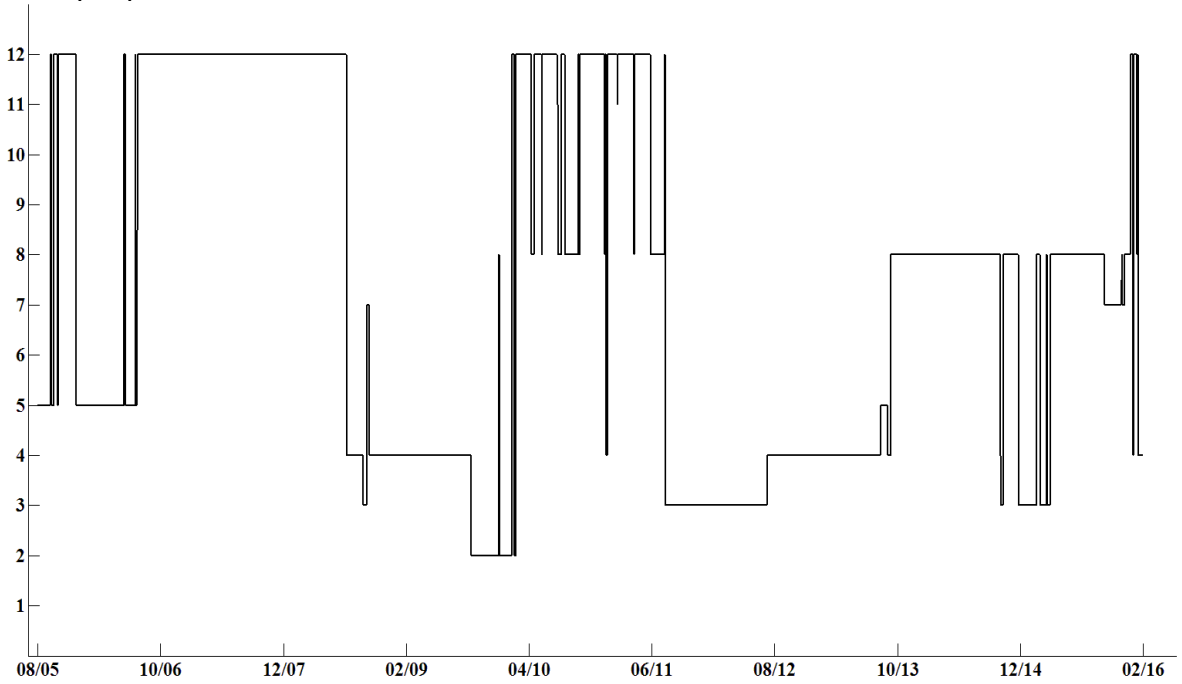
Graphique 13 : Comparaison de la détection des IFIS



Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données composée de 60 institutions financières américaines en données quotidiennes du 03/09/2003 to 24/06/2014. Calculs des auteurs. En abscisse sont reportés les *Tickers* des institutions financières et en ordonnées sont représentées les sensibilités (en valeur absolue) au risque systémique. On y retrouve également le classement obtenu par l'*OFR* en 2013 représenté par les bars de couleur gris clair, en gris foncé sont représentés les *SIFI* détectées par notre méthodologie (pour un percentile fixé à 60% et un seuil de significativité à 0,1%). En gris mi- foncé dont les bordures sont épaisses, sont représentées les *SIFI* détectées à la fois par notre méthodologie et par l'*OFR*. En blanc sont reportées les autres institutions financières.

Le graphique 14 représente l'évolution dynamique du classement de l'institution financière JPM (par rapport aux onze autres *G-SIB* définies par l'*OFR*). On constate que ce classement évolue au cours du temps : JPM, par exemple, se situe entre la 2-ième et 12-ième place sur tout l'échantillon, avec un rang faible entre 2006 et 2007 (bas risque), qui se détériore rapidement durant la crise. Ceci illustre la nécessité de suivre dynamiquement ce classement à partir de notre méthodologie, car il est intuitif de penser que le classement des IFIS variera en fonction des conditions de marchés, du comportement individuel et collectif des institutions et de l'évolution du cadre de supervision réglementaire et du contrôle effectif des autorités.

Graphique 14 : Evolution du classement de JPM



Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Ce graphique représente l'évolution du classement de l'institution financière JPM sur l'ensemble de la période. En ordonnées sont représentées les positions qu'elle occupe dans le classement parmi les douze *G-SIB* : du rang 1 (haut risque) au rang 12 (risque le plus faible des institutions les plus risquées).

CONCLUSION

Nous avons ainsi dans cet article commencé par proposer, à la suite de Kouontchou *et al.* [2017], une méthodologie de construction d'un indice de risque systémique, dénommé *Index of Systemic Risk Measures* (*ISRM*), calculé *via* une ACPP portant sur de nombreuses mesures de risque systémique (qui en capturent les différents aspects), de manière à maximiser le lien potentiel entre la survenance d'un choc systémique et son impact sur la croissance future, de manière à ce que les actions entreprises pour réduire le risque systémique contribuent au mieux à limiter l'impact d'un tel choc sur l'économie réelle. La rationalité de l'exercice réside dans la multiplicité des métriques de risque systémique global introduites dans la littérature depuis la dernière crise financière globale, et des redondances potentielles entre celles-ci. Ces dernières émergent du fait que chaque métrique évalue une facette particulière du risque systémique, et qu'il nous faut prendre en considération le caractère multidimensionnel du risque systémique. L'application d'une technique de réduction de l'information parmi les trois proposées, se justifie aussi pleinement du fait de l'existence d'un important risque de modèle inhérent à leur estimation. La méthodologie choisie est basée sur l'ACPP, qui permet de sélectionner un nombre plus ou moins réduit de mesures de risque systémique pour la construction de l'indice agrégé. En conséquence, l'indice ainsi obtenu est le plus parcimonieux possible et il a, par construction, une dynamique plus stable dans le temps. Sur l'ensemble de la période, les mesures qui contribuent le plus dans la construction de l'indice sont : le *Spillover Index,* le *Herfindahl-Hirschman Index,* la *VaR,* l'*Absorption Ratio,* la *CoVaR,* la *MES,* le *Term Spread,* le *Default Yield Spread,* la *CES,* la *volatilité,* le *Dynamical Causality Index,* la *SRISK,* le *Turbulence Index,* et la $\Delta CoVaR$. D'autres mesures viennent aussi s'ajouter dans sa composition, mais avec des poids relativement plus faibles. Les principales dimensions du risque systémique sont ainsi prises en compte dans notre indice final.

Une fois cet indice construit, nous avons mis en évidence la relation entre le risque systémique et les rendements des actifs financiers à partir du Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF), étendu à la Fama et French [1993], en ajoutant le facteur de risque systémique précédemment construit. En incorporant ce nouveau facteur dans

le MEDAF classique, nous montrons que le nouveau modèle d'équilibre, nommé Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers avec risque Systémique (MEDAFS), permet de retrouver, d'une part la relation classique entre les rendements de l'actif et le risque systématique (mesuré par le *bêta*), et d'autre part une relation entre les rendements de l'actif et le risque systémique. Nous montrons ainsi que le risque systémique influence significativement l'évaluation des actifs financiers.

Enfin, nous utilisons le MEDAFS pour identifier les Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). Ainsi, un classement de ces institutions est proposé et effectué à partir des paramètres les plus statistiquement significatifs : l'importance des institutions financières serait ainsi déterminée par leur sensibilité (et leur significativité) au risque systémique global.

Pour que le régulateur puisse concentrer ses forces, forcément limitées, sur les principales sources du risque systémique, nous proposons de fixer un percentile (60% ici) des institutions financières ayant une sensibilité au risque systémique la plus grande. Dans notre étude, nous identifions ainsi 32 IFIS[14] parmi 54 institutions financières qui ont un risque systémique significatif sur les 60 de l'échantillon. Par ailleurs, une comparaison avec le classement de l'*OFR* montre que la plupart des « *Global Systemically Important Banks* » (*G-SIB*) sont aussi identifiées au travers de notre proposition sur la période courant du 03/09/2003 au 24/06/2014.

Pour terminer, nous pouvons mentionner plusieurs pistes de recherche complémentaire qui s'ouvrent désormais.

En premier lieu, des recherches supplémentaires pourraient être menées concernant la construction de l'indice global de risque systémique. Il pourrait ainsi être intéressant d'essayer de compléter au mieux le panel de mesures de risque systémique utilisées dans la création de l'*ISRM*, de manière à ne sous-estimer aucun aspect du risque systémique.[15] Le fait que nous utilisions une ACPP et un critère de pertinence relatif au lien entre risque systémique et économie réelle, nous permet de gérer les potentielles redondances de chacune des nouvelles mesures prises en considération, et,

[14] Un site internet dédié aux classements des IFIS (depuis 2011) est disponible à l'adresse : www.sifiwatch.fr.

[15] Un site internet dédié au risque systémique (avec une liste exhaustive des mesures existantes et des ressources en lien avec cet article) est disponible à l'adresse : www.systemic-risk-hub.org.

au final, de juger l'apport de telle ou telle mesure supplémentaire dans l'analyse globale.

En second lieu, plusieurs prolongements concernant le MEDAFS pourraient être envisagés. Afin de vérifier plus avant la robustesse du MEDAFS, il serait pertinent d'étendre cette étude sur d'autres marchés, plus larges (comme celui *DJI500* aux USA et SBF120 en France). D'autres extensions du modèle du MEDAF original sont également envisageables, avec l'ajout de facteurs supplémentaires (Carhart [1997]). Concernant la méthode d'estimation, des améliorations sur la méthode *SURE* de Zellner [1962] sont à l'étude, au travers par exemple de la prise en compte de l'incertitude sur la matrice de variance-covariance des Moindres Carrés Généralisés (MCG), ou encore le remplacement du calcul matriciel dans la méthode *SURE* utilisant des produits de Kronecker, par une réécriture des programmes de minimisation en utilisant des tenseurs. Il s'agirait là de décomposer chaque résultante des différents produits impliqués dans le calcul, afin de le rendre plus efficace.

En troisième lieu enfin, notre proposition de méthodologie pour l'identification des IFIS pourrait certainement être améliorée encore grâce à l'utilisation de modèles de prévision des différentes variable sous-jacentes entrant dans la construction d'un système d'alerte (*Early Warning System* ; *Cf.* Candelon *et al.* [2012], [2014]), de manière à anticiper au mieux les évolutions du système global et le comportement des principaux acteurs de marché.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ACHARYA V., BROWNLEES C., ENGLE R., FARAZMAND F. ET RICHARDSON M. [2013], « Measuring Systemic Risk », dans *Managing and Measuring Risk: Emerging Global Standards and Regulation after the Financial Crisis,* Roggi-Altman (eds.), *World Scientific Series in Finance*, 65-98.

ACHARYA V., ENGLE, R. ET RICHARDSON M. [2012], « Capital Shortfall: A New Approach to Ranking and Regulating Systemic Risks », *American Economic Review*, *102*, 59-64.

ADRIAN T. ET BRUNNERMEIER M. [2016], « CoVaR », *American Economic Review*, *106(7)*, 1705-1741.

ALLEN L., BALI T. ET TANG Y. [2012], « Does Systemic Risk in the Financial Sector Predict Future Economic Downturns? », *Review of Financial Studies, 25(10)*, 3000-3036.

AMIHUD Y. [2002], « Illiquidity and Stock Returns: Cross-section and Time-series Effects », *Journal of Financial Markets*, *5*, 31-56.

BANULESCU G. ET DUMITRESCU E. [2015], « Which are the SIFIs? A Component Expected Shortfall Approach to Systemic Risk », *Journal of Banking and Finance, 55*, 575-588.

BENOIT S., COLLIARD J.-E., HURLIN C. ET PERIGNON C. [2016], « Where the Risks Lie: A Survey on Systemic Risk », à paraître dans *Review of Finance,* 57 pages.

BENOIT, S., HURLIN C. ET PERIGNON, C. [2016], « Pitfalls in Systemic-risk Scoring », *HEC Working Paper*, 63 pages.

BILLIO M., GETMANSKY M., LO A. ET PELIZZON L. [2012], « Econometric Measures of Connectedness and Systemic Risk in the Finance and Insurance Sectors », *Journal of Financial Economics, 104(3)*, 535-559.

BILLIO M., CAPORIN M., PANZICA R. ET PELIZZON L. [2014], « Network Connectivity and Systemic Risk », *mimeo*, 76 pages.

BISIAS D., FLOOD M., LO A. ET VALAVANIS S. [2012], « A Survey of Systemic Risk Analytics », *Annual Review of Financial Economics, 4*, 255-296.

BLACK F., JENSEN M. ET SCHOLES M. [1972], « The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests », dans *Studies in the Theory of Capital Markets*, *Praeger Publishers Inc.*, 54 pages.

BONGINI P., NIERI L. ET PELAGATTI M. [2015], « The Importance of Being Systemically Important Financial Institutions », *Journal of Banking and Finance, 50*, 562-574.

BOUCHER C., DANÍELSSON J., KOUONTCHOU P. ET MAILLET B. [2014], « Risk Models-at-Risk », *Journal of Banking and Finance, 44*, 72-92.

BOUCHER C., KOUONTCHOU P. ET MAILLET B. [2016], « Du Risque des Mesures de Risque Systémique », *Revue Economique, 2(67)*, 263-278.

BROWNLEES C. ET ENGLE R. [2012], « Volatility, Correlation and Tails for Systemic Risk Measurement », *Working Paper*, New-York University, 37 pages.

CANDELON B., DUMITRESCU E. ET HURLIN C. [2014], « Currency Crises Early Warning Systems: Why they should be Dynamic », *International Journal of Forecasting, 30(4),* 1016-1029.

CANDELON B., DUMITRESCU E. ET HURLIN C. [2012], « How to evaluate an Early Warning System? Towards a United Statistical Framework for Assessing Financial Crises Forecasting Methods », *IMF Economic Review, 60(1),* 75-113.

CARHART M. [1997], « On Persistence in Mutual Fund Performance », *Journal of Finance 52,* 57-82.

CHEN L., COLLIN-DUFRESNE P. ET GOLDSTEIN R. [2009], « On the Relation between Credit Spread Puzzles and the Equity Premium Puzzle », *Review of Financial Studies, 22(9),* 3367-3409.

CONT R. ET WAGALATH L. [2013], « Running for the Exit: Distressed Selling and Endogenous Correlation in Financial Markets », *Mathematical Finance, 4(23),* 718-741.

DANÍELSSON J. [2002], « The Emperor has no Clothes: Limits to Risk Modelling », *Journal of Banking and Finance, 26,* 1273-1296.

DANIELSSON J., JAMES K., VALENZUELA M. ET ZER I. [2015], « Model Risk of Systemic Risk Models », *Journal of Financial Stability, 23,* 79-91.

DAS S. [2016], « Matrix Metrics: Network-Based Systemic Risk Scoring », *Journal of Alternative Investments, 18(4),* 33-51.

DE BANDT O., HEAM J.-C., LABONNE C. ET TAVOLARO S. [2015], « La Mesure du Risque Systémique après la Crise Financière », *Revue Economique, 66(3),* 481-500.

DE NICOLO G., FAVARA G. ET RATNOVSKI L. [2012], « Externalities and Macroprudential Policy », *Washington: International Monetary Fund, IMF Staff Discussion Note, 12/05,* 24 pages.

DIEBOLD F. ET YILMAZ K. [2009], « Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, with Application to Global Equity Markets », *Economic Journal, 119,* 158-171.

ESTRELLA A. ET TRUBIN M. [2006], « The Yield Curve as a Leading Indicator: Some Practical Issues », *Current Issues in Economics and Finance, 12(5),* 1-7.

FAMA E. ET FRENCH K. [1996], « Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies », *Journal of Finance, 51,* 55-84.

FAMA E. ET FRENCH K. [1993], « Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds », *Journal of Financial Economics, 33,* 3-56.

FAMA E. ET FRENCH K. [1992], « The Cross-section of Expected Stock Returns », *Journal of Finance, 47,* 427-65.

GIGLIO S., KELLY B. ET PRUITT S. [2016], « Systemic Risk and the Macroeconomy: An Empirical Evaluation », *Journal of Financial Economics, 119(3),* 457-471.

GILCHRIST S. ET ZAKRAJSEK E. [2012], « Credit Spreads and Business Cycle Fluctuations », *American Economic Review, 102(4),* 1692-1720.

HANSON S., KASHYAP A. ET STEIN J. [2011], « A Macroprudential Approach to Financial Regulation », *The Journal of Economic Perspectives, 25(1),* 3-28.

HASTIE T., TIBSHIRANI R. ET WAINWRIGHT M. [2015], « *Statistical Learning with Sparsity: The Lasso and Generalizations* », Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability, 367 pages.

HONG Y., LIU Y. ET WANG S. [2009], « Granger Causality in Risk and Detection of Extreme Risk Spill-over between Financial Markets », *Journal of Econometrics, 150(2),* 271-287.

KOUONTCHOU P., MAILLET B., MODESTO A. ET TOKPAVI S. [2017], « Quand l'Union fait la Force : un Indice de Risque Systémique », *mimeo* (en soumission dans la *Revue Economique*), 24 pages.

KRITZMAN M. ET LI Y. [2010], « Skulls, Financial Turbulence, and Risk Management », *Financial Analysts Journal, 66(5),* 30-41.

KRITZMAN M., LI Y., PAGE S. ET RIGOBON R. [2011], « Principal Components as a Measure of Systemic Risk », *Journal of Portfolio Management, 37(4),* 112-126.

KUPIEC P. ET GUNTAY L. [2015], « Testing for Systemic Risk using Stock Returns », *AEI Economic Working Paper 2015-02,* 52 pages.

LE PAN N. [2016], « Fault Lines: Earthquakes, Insurance, and Systemic Financial Risk », *C.D. HOWE Institute, Commentary 454,* 24 pages.

LINTNER J. [1965], « The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets », *Review of Economics and Statistics, 47,* 13-37.

MOENNINGHOFF S., ONGENA S. ET WIEANDT A. [2015], « The Perennial Challenge to Abolish Too-Big-To-Fail in Banking: Empirical Evidence from the New International Regulation dealing with Global Systemically Important Banks », *Journal of Banking and Finance, 61,* 221-236.

MORENO M. ET PEÑA J. [2013], « Systemic Risk Measures: The Simpler the Better? », *Journal of Banking and Finance, 37,* 1817-1831.

MOSSIN J. [1966], « Equilibrium in a Capital Asset Market », *Econometrica, 34(4),* 768-783.

NEWEY W. ET WEST K. [1987], « A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix », *Econometrica, 55(3),* 703-08.

NUCERA F., SCHWAAB B., KOOPMAN S.J. ET LUCAS A. [2016], « The Information in Systemic Risk Rankings », *Journal of Empirical Finance, 38,* 461-475.

SHARPE W. [1964], « Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk », *Journal of Finance, 19(3),* 425-442.

TIBSHIRANI R. [1996], « Regression Shrinkage and Selection *via* the LASSO », *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 58(1),* 267-288.

UEDA K. ET WEDER DI MAURO B. [2013], « Quantifying Structural Subsidy Values for Systemically Important Financial Institutions », *Journal of Banking and Finance, 37(10),* 3830-3842.

ZELLNER A. [1962], « An Efficient Method for estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias », *Journal of the American Statistical Association*, *57(298)*, 348-368.

ZOU H., HASTIE T. ET TIBSHIRANI R. [2006], « Sparse Principal Component Analysis », *Journal of Computational and Graphical Statistics, 15(2),* 265-286.

Annexes.

Annexe A. Variables et base de données

Dans cette annexe, nous fournissons les mesures de risque systémiques utilisées dans la construction de l'indice de risque systémique (section A.1) sur un ensemble d'institutions financières américaines (Section A.2) et nous fournissons l'esquisse de l'algorithme pour, par la suite, classer les *SIFI* (Section A.3). La dernière section est consacrée à la robustesse de notre approche sur la construction d'un indice de risque systémique global.

Annexe A.1. Mesures de risque systémique

Dans la construction de l'*Index of Systemic Risk Measures* (*ISRM*), nous utilisons les mesures de risque systémiques suivantes afin de capturer l'instabilité, l'activité économique, le degré d'interconnexion et de concentration et les conditions de liquidité dans le système (*Cf.* Giglio *et al.* [2016]). Ces mesures peuvent être classées en quatre catégories :

- Les variables macro financières utilisées comme indicateurs avancés de l'activité économique : *Credit Default Yield Spread, TED Spread and Term Spread.*
- Agrégation des mesures de risque systémique entre les institutions financières : la *Value-at-Risk* conditionnelle (*CoVaR*) et la *Delta Conditional Value-at-Risk* (*ΔCoVaR*) d'Adrian et Brunnermeier [2016] et la *Marginal Expected Shortfall* (*MES*) de Acharya *et al.* [2013] et Brownlees et Engle [2012].
- Les mesures de risque systémique utilisées pour prendre en compte le degré d'interconnexion et la concentration dans le système : l'indice *Spillover* de Diebold et Yilmaz [2009], l'indice Causalité dynamique (*DCI*) de Billio *et al.* [2012], la mesure Turbulence de Kritzman et Li [2010], l'*Absorption Ratio* (*AR*) de Kritzman *et al.* [2011] et l'indice de concentration de *Herfindahl-Hirschman*. Nous utilisons aussi la mesure *Amihud Illiquidity Measure* (*AIM*) d'Amihud [2002] pour prendre en compte les conditions de liquidité dans le système.

Ces 16 mesures correspondent dans l'ordre à : M_1 : *Spillover Index*, M_2 : *Herfindahl-Hirschman Index*, M_3 : *VaR*, M_4 : *Absorption Ratio*, M_5 : *CoVaR*, M_6 : *MES*,

M_7 : *Term Spread, M_8* : *Default Yield Spread, M_9* : *CES, M_{10}* : *Volatility, M_{11}* : *Dynamical Causality Index, M_{12}* : *SRISK, M_{13}* : *Turbulence Index, M_{14}* : *ΔCoVaR, M_{15}* : *TED Spread* et *M_{16}* : *Amihud Illiquidity Measure*.

- ***Mesure 1 (M_1), Spillover Index (SI)*** : cet indice, proposé par Diebold et Yilmaz [2009], agrège la contribution de chaque variable à la variance de l'erreur de prévision d'autres variables sur des rendements multiples. C'est une mesure d'interdépendance qui s'exprime dans le cas général d'un *VAR* d'ordre *p* à *N* variables, avec une prévision à *H* périodes, comme suit :

$$SI_t = \frac{\sum_{h=0}^{H-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{N} a_{h,ij}^2}{\sum_{h=0}^{H-1} trace(A_h A_h')} \times 100\,, \tag{A1}$$

avec A_h la matrice des contributions entre les institutions financières au niveau de leurs rendements dans le cas d'un *VAR* où l'élément de A_h noté $a_{h,ij}$ est la contribution à la variance des rentabilités de l'institution *i* par l'institution *j*. La somme de ces contributions sur l'ensemble des prévisions représente le numérateur qui correspond ainsi au total de *spillover* au sein du système. Le dénominateur correspond à la variation totale de l'erreur de prévision ; par exemple, pour $h = 0$ et $i, j = 1{,}2$, on a $a_{0,11}^2 + a_{0,12}^2 + a_{0n21}^2 + a_{0,22}^2 = trace(A_0 A_0')$.

- ***Mesure 2 (M_2), Herfindahl-Hirschman Index (HHI)*** : est un indice mesurant la concentration du marché. Cet indice capture la fragilité potentielle du système en raison de sa concentration et de la menace de défaut des sociétés les plus importantes. Il correspond à la somme des carrés des capitalisations boursières, divisée par la somme de ces mêmes capitalisations élevée au carré. Il s'écrit :

$$HHI_t = N \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(ME_{i,t}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{N} ME_{i,t}\right)^2}, \tag{A2}$$

avec $ME_{i,t}$ la capitalisation boursière de l'institution *i* à une date t et *N* le nombre d'entreprises.

- ***Mesure 3 (M_3), Value-at-Risk* (*VaR*)** : il s'agit ici de la valeur en risque du système financier (ou de manière pratique d'un indice de marché), correspondant à une perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel donné :

$$\Pr\left(r_{i,t} \leq VaR_{i,t}(\alpha)\right) = \alpha\,, \tag{A3}$$

avec $r_{i,t}$ les rendements de l'institution *i* à la date *t* pour un seuil de risque α.

- ***Mesure 4 (M_4), Absorption Ratio (AR)* :** proposé par Kritzman *et al.* [2011], il mesure la tendance des marchés à se déplacer à l'unisson, ce qui suggère un couplage étroit ; il s'écrit :

$$AR_t = \frac{\sum_{j=1}^{J} \sigma_{E_{j,t}}^2}{\sum_{i=1}^{N} \sigma_{a_i,t}^2}, \tag{A4}$$

avec j le nombre de vecteurs propres, $\sigma_{E_{j,t}}^2$ la variance du vecteur propre j et$\sigma_{a_{i,t}}^2$ la variance de l'actif i à la date t. Les vecteurs propres et les valeurs propres sont déduits ici de la matrice de covariance des rendements des *N* institutions financières considérées à une date donnée. Une fois obtenus de la matrice de covariance, seulement les J valeurs propres les plus grandes sont sommées afin d'obtenir le numérateur tandis que le dénominateur représente la trace de la matrice de variance covariance des rendements des *N* institutions financières.

- ***Mesure 5 (M_5), Conditional Value-at-Risk* (*CoVaR*)** : proposée par Adrian et Brunnermeier [2016], elle correspond à la *VaR* du système financier (ou de manière pratique d'un indice de marché), conditionnellement à un événement systémique observé pour une institution financière. Si on note $r_{m,t}$ la rentabilité du marché, on a :

$$\Pr\left(r_{m,t} \le CoVaR_{i,t}(\alpha) \middle| r_{i,t} \le VaR_{i,t}(\alpha)\right) = \alpha\,, \tag{A5}$$

avec $r_{i,t}$, $r_{m,t}$ les rendements de l'institution *i* et du marché et $CoVaR_{i,t}(\alpha)$ la *CoVaR* de l'institution financière *i* à la date *t* pour un seuil de risque α.

- ***Mesure 6 (M_6), Marginal Expected Shortfall* (*MES*)** : est une mesure introduite par Acharya *et al.* [2013 et 2016] ; elle est définie comme la rentabilité conditionnelle moyenne de l'institution financière *i* lorsque le système dans son ensemble est en détresse. Cette dernière situation prévaut lorsque la rentabilité du portefeuille de marché est inférieure à sa *VaR* :

$$MES_{i,t}\left(\alpha = E\left(r_{i,t} \middle| r_{m,t} \le VaR_{m,t}(\alpha)\right)\right), \tag{A6}$$

avec $r_{i,t}$, $r_{m,t}$ les rendements de l'institution $\boldsymbol{i}$ et du marché et $VaR_{m,t}(\alpha)$ la *VaR* du portefeuille de marché pour un seuil de risque α, à la date t. Il est montré que la mesure *MES* équivaut à la dérivée partielle de l'*Expected Shortfall* du portefeuille de marché par rapport au poids de l'institution i, et donc mesure sa contribution marginale au risque systémique.

- ***Mesure 9 (M_9), Component Expected Shortfall* (*CES*)** : est une mesure proposée par Banulescu et Dumitrescu [2015] ; elle quantifie la contribution d'une institution

financière au risque du système en multipliant la $MES_{i,t}$ de l'institution i à la date t par le poids de cette même institution au sein du système :

$$CES_{i,t}(\alpha) = -w_{i,t} MES_{i,t}\left(\alpha = E\left(r_{i,t} \middle| r_{m,t} \leq VaR_{m,t}(\alpha)\right)\right), \quad \text{(A7)}$$

avec $r_{i,t}$, $r_{m,t}$ les rendements de l'institution i et du marché et $VaR_{m,t}(\alpha)$ la VaR du portefeuille de marché pour un seuil de risque α**.** Le poids $w_{i,t}$ de l'institution financière i correspond au rapport de sa capitalisation boursière sur la somme totale des capitalisations boursières des institutions au sein du système à la date t.

Ensuite, l'évolution de la variabilité du marché est également prise en compte à travers la dernière mesure qui suit :

- ***Mesure 10 (M_{10}), Volatility (Vol)*** qui est l'agrégation des volatilités des institutions financières au sein du marché. Elle est définie comme étant l'écart type des rentabilités journalières sur une période d'une année en jours ouvrés.

- ***Mesure 11 (M_{11}), Dynamic Causality Index (DCI)*** : construit par Billio *et al.* [2012], le *DCI* mesure à quel point un ensemble d'institutions financières est interconnecté et calcul la fraction de relations significatives de causalité de Granger entre leurs rendements :

$$DCI_t = (\#GC_t^*)/(\#GC_t), \quad \text{(A8)}$$

avec $\#GC_t^*$ le nombre de relations de causalité de Granger significatives et $\#GC_t$ le nombre total de relations de causalité de Granger (significatives et non significatives) à la date t.

- ***Mesure 12 (M_{12}), Systemic RISK (SRISK)*** : construite par Acharya *et al.* [2012] et Brownlees et Engle [2012], elle correspond au montant de capital requis par une institution financière en situation de stress quand le marché est en même temps en situation de troubles :

$$SRISK_{i,t}(1-\alpha) = \max\{0, \gamma D_{i,t} - (1-\gamma) W_{i,t}[1 - LRMES_{i,t}(1-\alpha)]\}, \quad \text{(A9)}$$

avec γ le ratio de *prudential capital requirement* exigé par le régulateur, $D_{i,t}$ le montant de dette de l'institution i à la date t et $W_{i,t}$ le montant des capitaux propres de l'institution i à la date t. La $LRMES_{i,t}(1-\alpha)$ correspond à l'approximation de long terme de la $MES_{i,t}(1-\alpha)$ de l'institution i à la date t et est définie comme suit :

$$LRMES_{i,t}(1-\alpha) \approx 1 - exp[18 \times MES_{i,t}(1-\alpha)]. \quad \text{(A10)}$$

- ***Mesure 13 (M_{13}), Turbulence Index (TI)*** : proposé par Kritzman et Li [2010], cet indice rend compte de l'excès de volatilité, et compare le carré des rendements instantanés réalisés avec leur volatilité historique ; il s'écrit :

$$TI_t = (r_t - \mu)'\Sigma^{-1}(r_t - \mu), \quad \text{(A11)}$$

avec r_t le vecteur des rendements des institutions financières, μ la moyenne historique des rendements et Σ la matrice de variance-covariance des rendements.

- ***Mesure 14 (M_{14}), Delta Conditional Value-at-Risk ($\Delta CoVaR$)*** : proposée également par Adrian et Brunnermeier [2016], elle correspond à la différence entre la *CoVaR* de l'institution financière au seuil de risque α=5% (état de crise – voir définition de M_5 ci-dessus) et la *CoVaR* de la même institution au seuil de risque α = 50% (état médian).

$$\Delta CoVaR_{i,t}(\alpha) = CoVaR_{i,t}(\alpha) - CoVaR_{i,t}(0.5), \quad \text{(A12)}$$

où $CoVaR_{i,t}(\alpha)$ est la VaR du système au seuil de risque α, conditionnellement à un événement systémique sur l'institution i à la date t.

- ***Mesure 16 (M_{16}), Amihud Illiquidity Measure (AIM)*** **:** construite par Amihud [2002], cette mesure capte pour une date donnée t le niveau d'illiquidité des échanges liés à une action. La variable $AIM_{i,t}$ est définie tel que :

$$AIM_{i,t} = \frac{1}{K}\sum_{\tau=t-K}^{t}\frac{|r_{i,\tau}|}{TO_{i,\tau}}, \quad \text{(A13)}$$

où $|r_{i,\tau}|$ est la valeur absolue du rendement de l'institution i et $TO_{i,\tau}$ représente le « *turnover* » (prix du titre multiplié par le nombre de titre échangés) du titre de cette même institution à la date τ, comprise dans la période $t - K$ à t**.**

Doivent être rajoutées à cette liste de mesures, les trois variables macro financières utilisées généralement comme indicateurs avancés de l'activité économiques (*Cf.* Estrella et Trubin [2006] ; Chen *et al.* [2009]), telles que :

- ***Mesure 7 (M_7), Term Spread*** qui mesure la pente de la courbe des taux, et qui correspond à l'écart de rendement entre les bons du Trésor à dix ans et trois mois de maturité - cette variable est un indicateur avancé de l'activité économique (Estrella et Trubin [2006]) ;
- ***Mesure 8 (M_8), Credit Default Yield Spread*** qui représente l'écart entre le rendement des obligations *corporate* notées BAA et celle notées AAA par Moody's ; Chen *et al.* [2009] montrent que cette variable est une mesure agrégée du risque de crédit robuste aux frictions (taxe et liquidité) sur le marché des obligations ;
- ***Mesure 15 (M_{15}), TED Spread*** qui représente l'écart entre le taux LIBOR à trois mois et les taux d'intérêts souverains à trois mois - une augmentation de cette variable est le signe que les prêteurs anticipent une augmentation du risque de crédit sur le marché des prêts interbancaires.

Annexe A.2. La base de données des institutions financières

A partir d'une base de données qui contient les valeurs nettes des actifs et les caractéristiques des 95 (grandes) institutions financières (*Cf.* Brownlees et Engle, [2012]), nous construisons une base de données cylindrique des valeurs nettes en USD pour 60 institutions financières du 03/09/2003 au 26/02/2016, dont la liste nominative est présentée dans le Tableau A.1 suivant.

Tableau A.1 : Noms et abréviations des Institutions Financières considérées

Banques			**Assurances**	
Code	**Institution**		**Code**	**Institution**
BAC	Bank of America		ABK	Ambac Financial Group
BK	Bank of New York Mellon		AIG	American International Group
BBT	BB&T		CB	Chubb Corp.
C	Citigroup		CNA	CNA Financial Corp.
HBAN	Huntington Bancshares		CVH	Coventry Health Care
JPM	JP Morgan Chase		HUM	Humana
MTB	M&T Bank Corp.		LNC	Lincoln National
MI	Marshall & Ilsley		MMC	Marsh & McLennan
NTRS	Northern Trust		MBI	MBIA
SOV	Sovereign Bancorp		PGR	Progressive
STT	State Street		TRV	Travelers
SNV	Synovus Financial		UNH	UnitedHealth Group
Autres Institutions Financières			**Courtiers**	
Code	**Institution**		**Code**	**Institution**
ACAS	American Capital		ETFC	E*Trade Financial
AXP	American Express		GS	Goldman Sachs
COF	Capital One Financial		LEH	Lehman Brothers
EV	Eaton Vance		MER	Merill Lynch
FITB	Fifth Third Bancorp		MS	Morgan Stanley
BEN	Franklin Resources		SCHW	Schwab Charles
LM	Legg Mason		TROW	T. Rowe Price
SEIC	SEI Investment Company			
SLM	SLM Corp.			
AMTD	TD Ameritrade			

Source : *Bloomberg*. Dans ce tableau sont reportés les *tickers* des institutions.

Annexe A.3. Détails méthodologiques sur la détection des IFIS à partir du MEDAFS

La méthodologie de la proposition de détection des IFIS est définie en cinq étapes. Dans la première étape, nous construisons la série chronologique d'un ensemble de mesures de risque systémique et nous utilisons leurs *z-score* dans la construction de l'indice : *Index of Systemic Risk Measures* (*ISRM*). Dans la deuxième étape, nous utilisons l'ACPP pour obtenir les poids et les composantes de chaque mesure afin de construire l'indice en utilisant une somme spécifique de ces composantes pondérées par leur poids. Dans l'étape 3, nous conduisons le test de Hong *et al.* [2009] afin d'obtenir l'indice *ISRM* le plus parcimonieux. Ce test est basé sur la causalité-en-risque de Granger, *i.e.*, quels paramètres conduit à des changements dans les éléments qui expliquent le mieux les variations négatives extrêmes du PIB. Dans l'étape 4, nous ajoutons l'*ISRM* comme facteur additionnel dans le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] dont la relation canonique est estimée par la méthode *SURE* de Zellner [1962] qui prend en compte les interrelations entre équations. Enfin, à l'étape 5, choisir un percentile (60% ici) des institutions financières les plus sensibles au risque systémique étant donné un niveau de signification spécifique (0,1% dans notre test).

Tableau A.2 : Esquisse de l'algorithme de détection des IFIS sur la base du MEDAFS

Étape 1 : Mesures du risque systémique

Sélectionnez et calculer des mesures de risque systémique et recueillir leur z-score dans une matrice pour construire l'indice de mesure du risque systémique (*ISRM*).

Étape 2 : Techniques de réduction de dimension et l'*ISRM*

Utilisez l'ACPP pour obtenir les composantes et les poids de chaque mesure et calculer leur somme pondérée spécifique pour obtenir plusieurs *ISRM* possible en fonction du nombre de composantes retenues. Parmi ces indices, choisir l'indice le plus parcimonieux pour utilisation dans l'étape suivante.

Étape 3 : *ISRM* et la macroéconomie

Choisir l'indice relatif ACPP optimale au sens du test statistique de Hong *et al.* [2009] de manière à sélectionner l'indice dont changements extrêmes causent le plus les futures variations négatives extrêmes du PIB.

Étape 4 : MEDAFS avec *ISRM*

Ajoutez l'*ISRM* comme un facteur supplémentaire dans le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] et estimer le MEDAFS par la méthode *SURE* de Zellner [1962] qui prend en compte les interrelations entre équations.

Étape 5 : Pour finir, obtenir le classement des IFIS

Conclure en choisissant un percentile (60% ici) des institutions financières les plus sensibles au risque systémique à partir d'un niveau de signification spécifique (0,1% dans notre exemple). Puis, enfin, faire le classement des institutions financières par rapport à leur sensibilité au risque systémique et considérer les plus sensibles comme des IFIS.